



Intrication des îlots magnétiques et de la turbulence dans les plasmas chauds magnétisés

Olivier Agullo

► To cite this version:

Olivier Agullo. Intrication des îlots magnétiques et de la turbulence dans les plasmas chauds magnétisés. Physique des plasmas [physics.plasm-ph]. Aix-Marseille Université, 2015. tel-01299499

HAL Id: tel-01299499

<https://theses.hal.science/tel-01299499>

Submitted on 7 Apr 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Mémoire pour obtenir l'habilitation à diriger les recherches

Intrication des îlots magnétiques et de la turbulence dans les plasmas chauds magnétisés

Olivier AGULLO

Soutenue le 12 octobre 2015 devant le jury :

Sacha BRUN	Directeur de Recherche au C.E.A., L.D.E.E. Saclay	Rapporteur
Francesco CALIFANO	Professeur à l'université de Pise, Italie	Rapporteur
Sen ABHIJIT	Professeur à l'I.P.R., Ahmedabad, Inde	Rapporteur
Jean-Marcel RAX	Professeur à l'école Polytechnique, Palaiseau	Examineur
Xavier GARBET	Directeur de Recherche au C.E.A., I.R.F.M. Cadarache	Président
Kai SCHNEIDER	Professeur à l'université d'Aix-Marseille	Examineur
Sadruddin BENKADDA	Directeur de Recherche au C.N.R.S., Aix-Marseille Université	Examineur

Remerciements

Je souhaite, en premier lieu, remercier les personnes avec qui la thématique, dont ce mémoire est l'objet, a démarré. Dans l'ordre d'arrivée des acteurs donc... :

Je remercie naturellement Sadruddin Benkadda qui m'a accueilli dans son équipe et soutenu pleinement dans ma démarche d'orienter mes recherches vers le domaine des plasmas chauds magnétisés. Il était aussi là lorsque les premières discussions sur le rôle de la turbulence dans la génération d'îlots magnétiques ont commencé. Il s'est depuis, sans discontinué, impliqué dans cette activité de recherche et a fortement contribué à son essor.

Je remercie aussi Xavier Garbet qui a pointé du doigt ce thème et qui, au travers de nombreuses discussions fertiles, a permis à cette thématique de se développer. Ses connaissances ont été précieuses.

Je remercie tout particulièrement Magali Muraglia qui a joué un rôle central dans le développement de ce sujet à travers son dynamisme, ses initiatives et sa recherche.

Je remercie Abhijit Sen qui est certainement une des premières personnes à avoir regardé ces questions. Il a en particulier joué un rôle précurseur avec un article historique de 1981 intitulé "Turbulence driven tearing mode in a Tokamak plasma". Il a motivé et accompagné notre travail depuis le début et apporté de nombreuses suggestions et conseils.

Je remercie Thibaut Voslion qui, même si il n'a pas travaillé directement dans cette thématique, à travers ses recherches sur la dynamique des îlots magnétiques, a clairement contribué à la compréhension par notre groupe des enjeux et des problèmes posés.

Je remercie Alexandre Poyé qui aussi joué un rôle très important. Entre autres, son apport a permis au temps de calcul de devenir raisonnable..., et ses recherches ont dynamisé la thématique.

Je remercie Nicolas Dubuit qui s'est emparé de cette thématique et avec qui les discussions devant le tableau noir sont toujours enrichissantes et fructifiantes.

Je tiens à remercier les personnes de l'équipe D.S.C. et de T.P. qui, au travers de nombreux échanges, ont apporté certainement beaucoup à cet ouvrage. Je pense en particulier à Guillaume Fuhr, Yann Camenen, Matteo Faganello, Peter Beyer et bien-sûr Dominique Escande.

Je remercie aussi tous les autres collègues de ces deux équipes, y compris les doctorants qui ne sont déjà plus là comme Arnaud Monnier et ceux qui sont encore là comme Malik Idouakass, Laurent Choné, et bien d'autres...

Je suis sincèrement reconnaissant aux rapporteurs Sacha Brun, Francesco Califano d'avoir accepté cette tâche ainsi qu'à Jean-Marcel Rax et Kai Schneider d'avoir accepté d'être membre du jury.

Enfin, je remercie tout particulièrement ma famille, ma compagne et mes quatre enfants, pour leur soutien permanent : Magali, Éloïse, Andrea, Raphaël, Pénélope. Mes pensées vont aussi vers mes parents, mes frères et ma sœur.

Table des matières

Propos liminaire	5
Chapitre 1. Les îlots magnétiques dans la littérature et les tokamaks	9
1.1. Les îlot magnétiques et le confinement thermique	9
1.2. Mécanismes de croissance des îlots magnétiques à haut β	17
1.3. L’observation et la prédictibilité de la dynamique des îlots magnétiques dans les grands tokamaks	21
1.4. Le contrôle des îlots NTM dans les tokamaks et prédictions pour ITER	23
1.5. ITER et le rôle de la physique des graines d’îlots magnétiques	28
Chapitre 2. Îlots magnétiques et turbulence : observations expérimentales	31
2.1. Fluctuations magnétiques, fluctuations MHD et turbulence : Quels niveaux d’activité ?	31
2.2. Îlots magnétiques et turbulence : Quel niveau d’intrication d’un point de vue expérimental ?	35
2.3. Discussion	37
Chapitre 3. Îlots magnétiques et turbulence : construction d’un modèle fluide ¹	41
3.1. Équilibre magnétique dans un tokamak et approche fluide	42
3.2. Échange de quantité de mouvement entre fluides et vitesses de dérive dans un tokamak	45
3.3. Tenseur de pression	48
3.4. Équation d’évolution de la densité	52
3.5. Équation d’évolution de la pression pour un plasma bitherme	53
3.6. Équation d’évolution de la vitesse parallèle des ions	54
3.7. Équation d’évolution de la vortacité	54
3.8. Réduction à un modèle à trois champ en géométrie slab	58
Chapitre 4. Génération d’îlots magnétiques par une turbulence fluide au voisinage d’une surface résonnante ²	61
4.1. Les instabilités multi-échelles présentes dans le modèle	63
4.2. L’instabilité de déchirement magnétique dans l’expérience numérique	64

1. Cette partie profite des nombreux échanges que j’ai eu avec N. Dubuit lors de sa rédaction.

2. Cette partie profite de la collaboration que j’ai avec M. Muraglia [89]. Une description détaillée du code numérique avec lequel les simulations numériques ont été effectuées se trouve dans [104], voir aussi l’annexe 7.7.

4.3.	Mécanismes de cohabitation entre un îlot magnétique et des modes d'interchange au voisinage d'une surface faiblement rationnelle	70
4.4.	Les îlots générés par la turbulence ont-ils une signature particulière ?	80
4.5.	Discussion	90
Chapitre 5.	Génération d'îlots magnétiques par une turbulence de bord éloignée de la surface résonante ³	93
5.1.	Génération d'un îlot magnétique par une turbulence de bord	93
5.2.	Rôle de l'écoulement zonal dans la dynamique d'une graine d'îlot induite par la turbulence	100
Chapitre 6.	Conclusion et perspectives	105
Chapitre 7.	Annexes	109
7.1.	Les particules piégées et le courant autogénéré dit de "bootstrap"	109
7.2.	Effet du courant de bootstrap sur la croissance d'un îlot	114
7.3.	Turbulence d'ondes de dérive	116
7.4.	Quelle Hiérarchie pour un plasma de tokamak ?	117
7.5.	Îlots et turbulence : une revue des résultats expérimentaux d'intérêt	120
7.6.	Couplage de modes	124
7.7.	Description du code	128
Bibliographie		129

3. Cette partie profite de la collaboration que j'ai avec A. Poyé [104]. Une description détaillée du code numérique avec lequel les simulations numériques ont été effectuées se trouve aussi dans [104].

Propos liminaire

Dans ce document, nous allons nous intéresser à la dynamique des îlots magnétiques dans les plasmas de tokamak et, en particulier, à leur origine. Les îlots magnétiques sont essentiellement le résultat de modifications topologiques de l'équilibre magnétique et jouent un rôle important dans les machines à fusion car ils dégradent le confinement énergétique des machines de type tokamak. Ils peuvent même induire des disruptions qui entraînent un arrêt de la décharge ou encore endommagent la machine. Ces dernières années, mes travaux ont porté sur l'étude des îlots magnétiques et sur l'impact de la turbulence sur ces derniers. Ils ont donné lieu au co-encadrement de trois thèses [89, 131, 104].

Les modèles de compréhension de la dynamique des îlots magnétiques sont relativement bien établis dans la littérature. Néanmoins, même le plus simple de ces modèles souffre encore de compréhension incomplète. Par exemple dans [106, 107], nous nous sommes intéressés aux limites du paradigme qui sous-tend les études prédictives sur l'évolution des îlots. Ce paradigme pose que les effets de courants loin de la résonance, où naît et grandit un îlot, peuvent se condenser sous la forme d'un seul paramètre appelé Δ' . Nous avons montré qu'il était erroné dans la limite dite des grands îlots et/ou large Δ' , et explicité des mécanismes qui ne sont pas compatibles avec ce paradigme, même dans le cadre d'un modèle dynamique minimaliste. Il est intéressant de noter que ce paradigme, utilisé depuis des décennies dans la communauté, est aussi utilisé dans les procédures de prédiction et de contrôle de la taille des îlots pour les futures machines fusion. C'est une illustration du fait que l'utilisation de modèles épurés n'implique nullement que les mécanismes en jeu qu'ils sous-tendent soient simples. On peut dès lors s'interroger sur le lien entre le réel et les modèles mathématiques et/ou numériques que nous utilisons pour rendre le premier intelligible. Une analyse critique de leurs fondements et de leur adéquation avec un objectif de compréhension du monde réel n'est pas l'objectif premier poursuivi dans ce mémoire.

La démarche entreprise dans ce manuscrit est différente. Nous partons d'une définition simple des îlots magnétiques pour progressivement adresser les questions et les problèmes que leur existence soulève dans les plasmas chauds magnétisés. Cela constitue le chapitre I de ce mémoire. Un des objectifs annexe poursuivi, est de mettre dans des notes de bas de page les éléments calculatoires pour les lecteurs intéressés mais qui ne sont pas indispensable au discours. Ce chapitre aboutit au problème qu'il existe de nombreuses situations où on ne connaît pas l'origine de ces îlots. Il y a une dizaine d'année, la communauté plasma a largement diminué son effort pour comprendre l'origine des îlots et s'est focalisée depuis sur la question de leur contrôle. Le paradigme technologique semble être qu'il est plus simple de chercher à les contrôler que de les comprendre. Ainsi en était-il, d'une certaine façon, de l'aéronautique qui a cherché à faire voler des avions sans comprendre pleinement le rôle de la turbulence et de son interaction avec un corps volant. Le dessin d'ITER s'appuie largement sur ce postulat en ce qui concerne les phénomènes MHD, qui comprend la physique des îlots. Nous concluons ce premier chapitre sur quelques unes des incertitudes que cette démarche laisse ouverte.

Une piste que nous allons poursuivre par la suite est de regarder si la turbulence qui agite le plasma est un candidat sérieux à la génération de ces îlots. Expérimentalement et historiquement, cette hypothèse a fait l'objet de peu d'attention. L'objet du chapitre II est justement de discuter cette question d'un point de vue expérimental et d'essayer d'identifier les limites qu'imposent les diagnostics actuels pour réellement s'emparer de cette question. On verra, qu'en réalité, de nombreuses expériences ont contourné cette question, qu'il existe des diagnostics qui souffrent encore probablement d'un manque de précision mais qui permettent d'effleurer la question de l'origine des îlots. On pourra penser par exemple à ceux qui caractérisent les couplages de modes. Probablement une des difficultés est qu'on n'a pas une idée précise aujourd'hui de comment différencier un îlot induit par une instabilité de courant grande échelle, un îlot classique en somme, d'un îlot induit par une turbulence petites échelles sous-jacente. Dans le chapitre III, nous dérivons un modèle analytique fluide minimaliste permettant l'étude du couplage entre îlots magnétiques et turbulence. Dans le chapitre IV, nous utilisons ce modèle pour étudier l'interaction d'un îlot magnétique et d'une turbulence interchange au voisinage d'une surface résonante. Il s'agit d'essayer d'identifier une ou des signatures qualitatives spécifiques aux îlots induits par une turbulence, en s'appuyant sur des simulations numériques. Dans

le chapitre V, on étudie une situation où il y a de nombreuses surfaces rationnelles et où, intrinsèquement, la dynamique est tridimensionnelle. On montre qu'il est approprié de penser que, potentiellement, un îlot magnétique graine suffisamment grand peut-être généré par une turbulence de bord, dans certaines conditions. Par suffisamment grand, on entend qu'il provoque la génération d'un mode de déchirement néoclassique (NTM), qui sont les modes qui posent problème dans les machine à confinement magnétique. La thèse suivante est en fait discutée : la turbulence peut-être à l'origine de la génération d'îlots NTM. L'apparition de tels îlots peut expliquer l'absence d'observation d'évènements précurseurs en amont de leur génération. Dans le dernier chapitre une conclusion est présentée.

Les îlots magnétiques dans la littérature et les tokamaks

Les îlots magnétiques sont des structures magnétiques importantes tant dans le contexte astrophysique que dans celui des machines à fusion magnétique. Par exemple, au niveau de la couronne solaire, les îlots magnétiques précèdent la destruction des tubes de flux magnétique [98]. En effet, l'évolution non linéaire d'un tube de flux magnétique coronal, ou boucle magnétique, est sujet au développement d'instabilités de courant. La formation dans le tube de flux de structures de courant de petites échelles, leur existence, est cruciale dans le développement du processus dissipant l'énergie libre magnétique, i.e. la reconnexion magnétique des lignes de champ. Il existe de nombreux autres exemples fascinants qui permettraient de mettre en évidence leur universalité dans la nature. Le parti pris dans ce manuscrit est de circonscrire l'étude des îlots magnétiques au cadre de la physique des tokamaks. À défaut de pouvoir lever les yeux et s'intéresser à des objets dont les dimensions nous dépassent, ce parti pris présente l'avantage que la physique des tokamaks peut s'appuyer sur de nombreuses expériences et mesures, et donc mettre en confrontation, avec plus de pertinence, expériences, simulations numériques et théories. En ce qui concerne le sujet de ce manuscrit, nous verrons malheureusement que cela n'est pas une tâche aisée. Nous verrons que, même si la compréhension des îlots magnétiques a largement évolué depuis les travaux pionnier de Furth et co-auteurs [42], la compréhension de leur origine et de leur rôle exact reste largement en devenir...

1.1. Les îlot magnétiques et le confinement thermique

Le principe du confinement magnétique et plus singulièrement des tokamaks repose sur une idée simple : réaliser, idéalement, une configuration magnétique constituée de surfaces magnétiques emboîtées sur lesquelles s'enroulent les lignes de champ magnétique. Dans un tokamak, l'équilibre construit est tel que les surfaces magnétiques sont typiquement des tores emboîtés, ou sont topologiquement équivalentes à des tores emboîtés si on ne considère que la partie du tokamak où les surfaces magnétiques sont fermées. Le petit rayon a d'un tokamak est

le petit rayon de la dernière surface magnétique fermée. Le grand rayon R_0 est la distance entre l'axe principal de symétrie du tore et le milieu de l'intérieur du tore. Un point du tore pourra être repéré en **géométrie torique** par les coordonnées (r, θ, ϕ) où $0 \leq r \leq a$, $R = R_0 + r \cos \theta$ est la distance à l'axe principal et $\phi = \text{Cte}$ désigne une coupe poloïdale du tore. En outre les équilibres construits sont en général tels que les densités et températures sont maximales au cœur du tokamak ($r = 0$) et décroissent de façon monotone lorsqu'on s'en éloigne ($T'_{s,\text{eq}}(r) < 0$, $n'_{s,\text{eq}}(r) < 0$ où $s = i, e$ désigne les espèces ionique et électronique). Au-delà de $r = a$, les surfaces magnétiques ne sont plus fermées et les flux de particules se dirigent vers la paroi et en particulier vers le **divertor** en suivant les lignes de champs. Nous ne considérerons pas cette partie du tokamak.

La configuration magnétique en $r \leq a$ contraint, en première approximation, les particules chargées à s'enrouler autour de des lignes de champ et donc, dans la mesure où on place suffisamment de particules chargées énergétiques au centre de telles configurations qui les y confinent, on peut espérer atteindre les conditions d'allumage des réactions de fusion. En pratique, malheureusement, le temps de de vie du plasma est relativement limité, ce qui est potentiellement problématique dans la perspective d'une utilisation industrielle de ces machines pour produire de l'énergie. Un enjeu amont non résolu est en fait d'obtenir un couple tokamak/régimes de fonctionnement où les réactions de fusion deviennent non marginales. Il est lié au temps de confinement du plasma et non directement à son temps de vie. Le temps de confinement τ_E est défini comme le temps caractéristique de dissipation de l'énergie thermique contenue dans le plasma en régime stationnaire. Par stationnaire, on entend que la puissance injectée égale la puissance dissipée $P_{\text{inj}} = P_{\text{pertes}}$, la puissance de fusion étant supposée négligeable - ce qui est en général le cas dans la génération actuelle de tokamaks en fonctionnement - pour simplifier le discours et par conséquent le **critère de Lawson** non satisfait. On a donc $\tau_E = E_{\text{th}}/P_{\text{inj}}$ où $E_{\text{th}} = 1.5k_B \int_{\text{plasma}} n(T_e + T_i)dV$ désigne l'énergie thermique contenue dans le plasma et $n = n_i = n_e$ sa densité. De nombreux mécanismes peuvent induire une perte de confinement ou plus modérément une baisse du temps de confinement d'une décharge, au-delà de simples mécanismes de diffusion du cœur vers les parois.

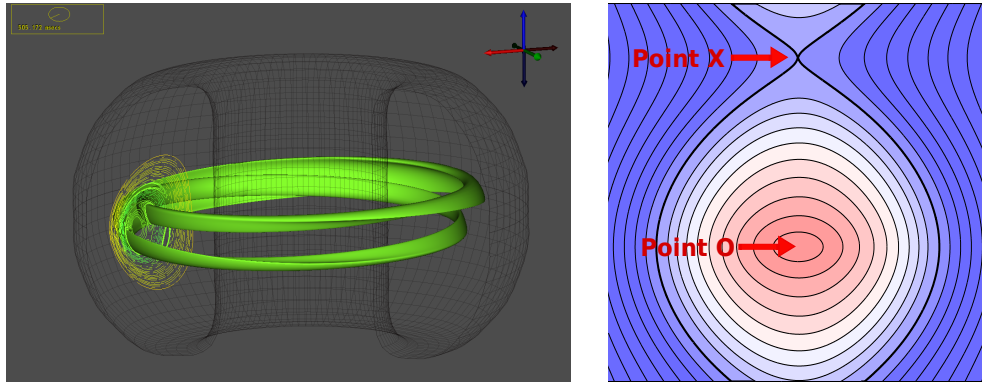


FIGURE 1.1.1. [Gauche] Visualisation 3D d'un îlot magnétique $m/n=2/1$: On observe une portion de surface magnétique qui s'enroule à l'intérieur de l'îlot et la trace de différentes surfaces magnétiques sur une coupe poloidale. **Source:** www.vacet.org [Droite] Surfaces magnétiques projetées dans le plan poloïdal au voisinage d'un îlot en géométrie slab. Les séparatrices sont les lignes foncées qui se croisent au point X.

Un des mécanismes potentiellement majeur, dans le contexte de la machine ITER est la génération d'îlots magnétiques. Plus précisément, on observe que des fluctuations de la configuration magnétique idéale d'équilibre peuvent amener à la destruction de certaines surfaces

magnétiques où le facteur de sécurité¹ est rationnel et qui sont dites résonantes². La conséquence est alors la formation d'une chaîne d'îlots magnétiques. Chaque îlot est en fait alors localement un nouvel empilement concentriques de surfaces magnétiques autour d'un nouvel axe magnétique. Une visualisation d'un îlot $q = m/n = 2/1$ est dessinée sur la figure gauche de 1.1.1, une portion d'une surface magnétique de l'îlot étant aussi visible. Les lignes de champ s'enroulent sur les surfaces magnétiques. En considérant une extrémité de cette surface, on observe qu'une ligne de champ repassera par le même point après avoir effectué deux rotations toroïdales et une seule poloidale. La structure d'îlot est explicite lorsqu'on matérialise la projections de quelques surfaces magnétiques dans un plan poloïdal, observable toujours sur cette même figure mais aussi sur celle à droite. Dans ce dernier cas l'image est issue d'une simulation numérique d'un modèle simplifié en géométrie slab 2D. Nous y reviendrons au chapitre 4.

Ainsi, la perte de confinement induit par un îlot découle du fait qu'une particule chargée ou de la chaleur qui effleure la surface de bord interne de l'îlot effectuera un déplacement

1. Facteur de sécurité : Le facteur de sécurité $q(r)$ est défini pour un équilibre axisymétrique, i.e. lorsque les surfaces magnétiques sont des tores emboîtés. Il égale le nombre de tours toroïdaux $\Delta\phi/2\pi$ à effectuer le long d'une ligne de champ situé à l'équilibre sur une surface magnétique $r = \text{Cte}$ pour retrouver la même position poloïdale. Lorsque ce nombre est rationnel, $q = m/n$, cela veut dire que la ligne de champ est fermée ; après m tours toroïdaux, n tours poloïdaux ont été effectués exactement. Une ligne de champ étant définie par $d\mathbf{M} \times \mathbf{B} = 0$, soit encore $r d\theta B_\phi = R d\phi B_\theta$. On a donc dans l'approximation de large rapport d'aspect que

$$(1.1.1) \quad q(r) = d\phi/d\theta = r B_\phi (R B_\theta)^{-1}.$$

L'approximation d'un large rapport d'aspect consiste à écrire que $r/R(r, \theta) \ll 1$ ou $\epsilon = r/R_0 \ll 1$, R_0 étant le grand rayon du tokamak. Cette dernière induit que la distance à l'axe principal du tokamak est constante, $R = R_0 = \text{Cte}$ et donc aussi le champ magnétique toroïdal $B_t \equiv B_\phi$.

2. Surface résonante et fluctuations résonantes : Une surface magnétique d'équilibre $r = r_s$ est résonante si ses lignes de champ sont fermées, autrement dit si le facteur de sécurité est rationnel $q_s \equiv q(r_s) = m/n$ (cf. la note (1)). Telle une perturbation en amplitude d'une corde de guitare qui, pour résonner, doit avoir une longueur d'onde égale à un sous-multiple de la longueur de la corde, une fluctuation magnétique sera résonante avec cette surface si elle a une périodicité égale à un sous-multiple de la longueur de la ligne de champ. En d'autres mots, il faut une perturbation harmonique $m_{\text{pert}}/n_{\text{pert}} = m/n$ où $(m_{\text{pert}}, n_{\text{pert}})$ désignent les nombres d'ondes de la perturbation magnétique $\tilde{\mathbf{B}} = \tilde{\mathbf{B}}(r, t) \exp i(m_{\text{pert}}\theta - n_{\text{pert}}\phi)$ et $m_{\text{pert}}/m \in \mathcal{N}$. Dans la mesure où le champ magnétique d'équilibre n'a pas de composante radiale, une façon alternative d'écrire la condition de résonance est de remarquer que $\mathbf{B}_{\text{eq}} \cdot \nabla h = i m_{\text{pert}} B_{\theta, \text{eq}} / r (1 - n_{\text{pert}} m / m_{\text{pert}} n) h$ pour n'importe quelle perturbation de la forme $h = \tilde{h}(r) \exp i(m_{\text{pert}}\theta - n_{\text{pert}}\phi)$. La condition de résonance d'une perturbation h avec une surface rationnelle peut donc s'écrire $\nabla_{\parallel, \text{eq}} h \equiv B_{\text{eq}}^{-1} \mathbf{B}_{\text{eq}} \cdot \nabla h = 0$. Intuitivement, on peut comprendre que plus m/n est faiblement rationnel (plus m et n sont un couple d'entiers premiers entre eux petits), moins la longueur de la ligne de champ est grande et moins il faut d'énergie pour exciter les premiers harmoniques. En particuliers, les modes MHD donnant des îlots, qui sont des modes grandes échelles, auront donc tendance à être excités sur les surfaces faiblement rationnelles.

Notons au passage que la condition $\nabla \cdot \tilde{\mathbf{B}} = 0$ est satisfaite lorsque le vecteur d'onde de la perturbation résonante à la résonance est de la forme $\mathbf{k} = m \nabla \theta - n \nabla \phi$. Stricto sensu, il suffit qu'il s'agisse d'un harmonique de la forme $(m_{\text{pert}}/m) \mathbf{k}$. Par la suite on ne rentrera pas dans ces détails et m désignera, sauf mention explicite, le nombre d'onde de la perturbation $m_{\text{pert}} \hookrightarrow m$. On a alors $k_{\parallel}/k_{\perp} = \tilde{B}_\theta/\tilde{B}_\phi = nr/mR = r/qR \approx \epsilon/q_s$.

radial essentiellement du fait qu'il suit la ligne de champ et non du fait d'un mécanisme de diffusion perpendiculaire à ces dernières. La raison en est que la diffusion parallèle est plusieurs ordres de grandeurs plus grande que la diffusion perpendiculaire aux lignes de champs³. Il est démontré dans [38] et numériquement vérifié dans [65] que la chaleur s'écoule le long d'une couche résistive située au niveau de la séparatrice qui définit le bord de l'îlot, au lieu de le traverser. Autrement dit, elle le contourne en traversant la surface d'équilibre résonante au niveau d'un point X, qui est un point où l'épaisseur radiale de l'îlot s'annule (voir la figure 1.1.1 pour la définition/visualisation de la séparatrice et du point X). Finalement la chaleur effectuera une excursion radiale, du cœur vers le bord, de l'ordre la largeur de l'îlot bien plus

3. Diffusion parallèle : Le coefficient de diffusion parallèle aux lignes de champs magnétique de la chaleur est proportionnel au produit de la distance caractéristique L associée au mouvement propre des électrons par leur vitesse thermique $v_{th,e} = \sqrt{T_e/m_e}$. La distance caractéristique est en général le libre parcours moyen des électrons $\lambda_e = v_{th,e}/\nu$, $\nu = e^4 n_e \ln \Lambda / (4.6 \pi \epsilon_0^2 m_e^2 v_{th,e}^{-3})$ étant la fréquence de collisions que subissent des électrons thermalisés proportionnelle à $v_{th,e}^{-3}$ et la densité [57]. $\ln \Lambda$ est le logarithme de Coulomb qui varie entre 10 et 20. Il en ressort que le coefficient de diffusion parallèle associé à la température électronique satisfait $\chi_{||} = \chi_{||}(T_e) \sim T_e^{-5/2}$. Néanmoins, cela suppose le régime suffisamment collisionnel à savoir $\lambda_e \ll L_{Te} \equiv (\nabla T_e / T_e)^{-1}$, ce qui est cohérent avec l'idée que le profil de température est plat dans un îlot, car sinon des mécanismes de convection peuvent rentrer en jeu et alors $L \sim L_{||} = 2\pi/k_{||} \sim 2\pi R q \sim$ "longueur d'une ligne de champ au niveau d'un îlot" [65, 128], $k_{||}$ étant associé à la longueur d'onde parallèle de la perturbation MHD qui génère l'îlot. Voir aussi (1.1.1) pour la définition de q . Numériquement, l'ordre de grandeur de conductivité thermique est donc donnée par

$$(1.1.2) \quad \chi_{||} = 3.2 v_{th,e} \min(\lambda_e, L_{||})$$

Si on considère le tokamak Tore Supra, des ordres de grandeur typiques sont $T_e = 50$ eV, une densité $n = 5.10^{19}$ et un grand rayon $R = 2.5$ m. On obtient alors $\lambda_e \sim 16$ cm $\ll L_{||}$ et donc $\chi_{||} \sim 1.5 \cdot 10^6 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$. Pour une température de $T_e = 5$ keV, une densité $n = 5.10^{19}$ particules par mètre cube, $R = 3$ m et un îlot $q = m/n = 2$, qui sont des ordres de grandeur typiques dans un tokamak tel que JET, on obtient, $\lambda_e \sim 1.6$ km $\gg L_{||} = 37$ m et donc $\chi_{||} \sim 3 \cdot 10^9 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$.

Le mécanisme de diffusion perpendiculaire est dominé par des mécanismes liés à la présence d'une turbulence dans la direction perpendiculaire. Une première estimation de ce coefficient peut-être faite en faisant l'hypothèse de longueur de mélange, i.e. que construit à partir des temps τ_c et longueur l_c de corrélations caractéristiques de la turbulence mesurées expérimentalement $\chi_{\perp} = l_c^2 / \tau_c$. Les échelles énergétiquement dominantes sont de l'ordre de quelques rayons de Larmor ioniques (calculé à la température électronique) $\rho_s = \sqrt{2} \sqrt{T_e / m_i} / \omega_{ci}$ ($\omega_{ci} = eB / m_i$) et le temps de corrélation typiquement de 100 kHz [138], ce qui donne pour JET, $\chi_{\perp} \sim 1 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$. C'est une valeur typique dans les expériences dans les tokamak. En se basant sur un temps caractéristique collisionnel $\tau_c \sim \nu^{-1}$ et une longueur caractéristique le rayon de Larmor électronique, on obtiendrait $\chi_{\perp}^{\text{coll.}} \sim 10^{-4} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$; en ajoutant les effets néoclassiques qui supposent que les collisions permettent à une faible fraction de particules d'être piégées au voisinage des minima du champ magnétique où elles décrivent des orbites bananes $L_{||} < \lambda_e$ [138], on rentre dans le régime de diffusion de "Pfirsch-Schlüter". On reste néanmoins en dessous de ce qui est mesuré expérimentalement, à savoir $\chi_{\perp}^{\text{P.F.}} = \nu^{-1} \rho_e^2 (1 + q^2) \sim 10^{-3} \ll \chi_{\perp}$. L'évaluation de ces coefficients de transports de façon moins heuristique et en particulier de savoir s'ils suivent une dépendance Bohm ou Gyro-Bohm (et donc la dépendance avec la température) reste un sujet important car cela permet des prédictions pour les futures machines à fusion en termes de transport de la chaleur vers le bord et donc de confinement. Nous n'aborderons pas ces problématiques, mais il convient de noter que lorsque le plasma dépasse une longueur de gradient de température critique, $\chi_{\perp} = \chi_{\perp}(T_e, \nabla T_e / T_e)$ [69].

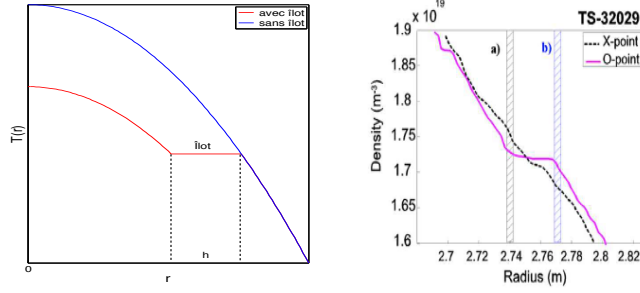


FIGURE 1.1.2. [Gauche] Représentation schématique de l'aplatissement du profil de température électronique d'un îlot. [Droite] Mesure expérimentale de l'aplatissement de la densité dans un îlot par réflectométrie (Graphe issue de [129] avec l'aimable autorisation des auteurs).

rapidement que si seul le mécanisme de diffusion perpendiculaire aux ligne de champ et donc radial était à l'oeuvre. On voit bien ainsi que l'îlot est un court-circuit très efficace augmentant le transport de particules et de chaleur provenant du cœur de la machine, touchant le bord de l'îlot et repartant en direction du bord de la machine. Plus l'îlot est large, plus le court-circuit est efficace et le déconfinement induit par ce transport important.

L'effet de la présence d'un îlot sur le profil de température est visualisé schématiquement sur la figure 1.1.2. Il se traduit par un aplatissement de la température au niveau de l'îlot [123] et un abaissement de la température au centre de la machine et donc de son contenu énergétique [26](cf. Fig 5-5 de cette référence). L'aplatissement est lié au fait que la température et la densité s'homogénéisent à l'intérieur de l'îlot puisque les flux de particules et de chaleur \mathbf{q} venant du cœur n'y pénètrent plus, dans la mesure néanmoins où les sources d'énergie y sont négligeables⁴. Mentionnons aussi qu'un mécanisme similaire d'aplatissement de la

4. **Mécanisme d'aplatissement de la pression au niveau d'un îlot magnétique :** En l'absence de sources, dans l'îlot, $\nabla \cdot \mathbf{q}_e = 0$. On écrit alors d'une part que la température satisfait une loi de type Fourier, on a $\nabla \cdot \mathbf{q}_e = -\nabla_{\perp} \cdot (n\chi_{\perp} \nabla_{\perp} T_e) - \nabla_{\parallel} \cdot (n\chi_{\parallel} \nabla_{\parallel} T_e)$ avec $\chi_{\parallel} = \chi_{\parallel}(T_e)$. D'autre part en supposant l'îlot de taille w suffisamment large, $\chi_{\perp}/w^2 \ll \chi_{\parallel} L_{\parallel}^2$, on obtient que dans l'îlot $\nabla_{\parallel} T_e = \Delta_{\parallel} T_e = 0$. Autrement dit, dans la mesure où $w \gg w_c = (\chi_{\perp}/\chi_{\parallel})^{1/4} \sqrt{L_s/k}$, on obtient que $T_e = T_e(\psi)$ où ψ est un label des surfaces magnétiques. On a utilisé ici $\nabla_{\parallel} \sim L_{\parallel}^{-1} = kW/L_s$ où L_s est la longueur de cisaillement magnétique et k le nombre d'onde de l'îlot. Dans le manuscrit, nous expliciterons ces quantités et, en particulier L_s , en lien avec la nature des champs magnétiques d'équilibres que nous considérerons. En outre, la divergence du flux de chaleur (ou de la chaleur) étant nulle, en effectuant une moyenne sur la dernière surface magnétique entourant l'îlot (séparatrices), on obtient que le flux qui pénètre dans l'îlot est nul $\langle \mathbf{q}_e \cdot \mathbf{n} \rangle_{\text{sep}} = T'_e(\psi) \langle n\chi_{\perp} \nabla_{\perp} \psi \rangle_{\text{sep}} = 0$. Le crochet indique la moyenne sur la surface et \mathbf{n} la normale sortante en un point de la surface. On aurait pu faire cette moyenne sur n'importe quelle surface magnétique de l'îlot, nécessairement fermée, et on aurait encore $T'_e(\psi) = 0$. Il s'ensuit que la température électronique T_e est constante dans l'îlot (en première approximation).

D'un point de vue dynamique, il faut noter que la température est en réalité convectée aux échelles, bien inférieures à celle de la largeur radiale d'un îlot, de la turbulence aussi. L'effet moyen de la convection a été ici modélisé par un coefficient de diffusion perpendiculaire anormal (non purement collisionnel). L'îlot lui-même génère un écoulement localisé, voir singulier dans la limite d'une résistivité et viscosité tendant vers zéro, au

densité existe mais il est moins prononcé⁵. Expérimentalement, l'aplatissement du profil de température électronique au niveau d'un îlot est bien vérifié à l'aide notamment de diagnostics ECE (electron-cyclotron emission) avec de très bonne résolution temporelle (comparé à l'échelle caractéristique de rotation de ce dernier), ce qui permet des mesures de T_e à l'intérieur de l'îlot et même des reconstruction 2D de ce dernier [31, 25]. On peut aussi accéder à la largeur des îlots via des diagnostics de réflectométrie [129].

À partir de modèles simplifiés, il est possible d'estimer l'importance du déconfinement induit par la présence d'un îlot, en fonction de sa position et sa largeur radiale [22]. Un modèle simple, appelé "Belt model" permet de se rendre compte des ordres de grandeur. Il pose principalement que l'îlot est un anneau $r_s^+ \leq r \leq r_s^-$ de largeur radiale w et où la température est uniforme. On a posé $r_s^\pm = r_s \pm w/2$. $r = r_s$ désigne la surface magnétique d'équilibre résonante correspondant à une valeur de q égal à $q_s = m/n$ et est le siège de l'instabilité à l'origine de l'îlot en général. La baisse relative du temps de confinement τ_E induit par l'îlot est proportionnelle à la taille de l'îlot w et, selon le modèle, est donnée par

$$(1.1.3) \quad \frac{\Delta\tau_E}{\tau_E} = 4 \frac{r_s^3}{a^4} w ,$$

où a est le petit rayon du tokamak. Ainsi, l'impact des îlots 2/1 sera, à taille identique, bien plus grand que les îlots 3/2 puisque q est généralement une fonction croissante de r . Expérimentalement, les îlots magnétiques peuvent atteindre 10% du rayon (par exemple, voir la référence [123] pour le tokamak MAST). Si l'on considère que l'îlot est au tiers du rayon, on obtient une dégradation du confinement de 1% tandis qu'au quatre cinquième du rayon, elle dépasse 20%.

niveau des séparatrices que nous ne considérons pas à ce stade.

5. Mécanisme d'aplatissement de la densité au niveau d'un îlot magnétique : En modélisant le flux de particules Φ au travers d'une loi de Fick qui permet d'introduire les coefficient de diffusion de la densité D_\perp et D_\parallel , on peut mener le même type de raisonnement que précédemment et déduire un aplatissement de la densité de particules à l'intérieur d'un îlot. Plus précisément en écrivant que la densité satisfait une loi de diffusion $\nabla \cdot \Phi = 0$, on obtiendra un aplatissement de la densité à l'intérieur d'un îlot dans la mesure où $D_\perp/w^2 \ll D_\parallel L_\parallel^2$. Il faut cependant préciser que pour un plasma de tokamak, $D_\perp/D_\parallel \sim \chi_\perp/\chi_\parallel (m_i/m_e)^\alpha$ avec $\alpha \geq 1/2$ [38]. Par conséquent la taille critique de l'îlot à partir de laquelle il y aura un aplatissement de la densité, qui est proportionnelle à $(D_\perp/D_\parallel)^{1/4}$, sera supérieure à celle attendu pour la température d'un facteur 2 au moins. Dans "<http://farside.ph.utexas.edu/talks/peking.pdf>", le même auteur donne un argument légèrement différent.

La détérioration du niveau de confinement par la présence d'un îlot est souvent estimée expérimentalement à travers la mesure de la variation d'énergie thermique du plasma ΔE_{th} [52] (voir la note de bas de page 6). À puissance injectée constante, on a d'ailleurs $\Delta\tau_E/\tau_E = \Delta E_{\text{th}}/E_{\text{th}}$, ce qui donne au premier ordre en w/a :

$$(1.1.4) \quad \Delta E_{\text{th}}/E_{\text{th}} = f(r_s) \frac{w}{a} ,$$

où la fonction $f(y) = 4y^3$ pour le "belt model". Plus généralement, f dépend de la géométrie de l'îlot, des profils de densité et de température à l'équilibre [23] et est lié au fait que la présence d'un îlot abaisse les profils de densité et de température d'une constante proportionnelle à la taille de l'îlot ⁶ $\delta T_e(r < r_-) \equiv T_0(r) - T_e(r, w) = -T'_0(r_s)w$. D'un point de vue expérimental, ce décalage constant de la densité ou de la température en raison de la poussée d'un îlot est remarquablement bien observé [23]. La proportionnalité du niveau de déconfinement avec la

6. Modélisation de l'évacuation de la chaleur et dégradation du contenu énergétique en présence d'un îlot :

Dans l'esprit du "Belt model", supposons que la conductivité est infinie au niveau de l'îlot $\chi(r_- < r < r_+) = +\infty$ et inchangée ailleurs par la présence de l'îlot. Supposons que la source de chauffage électronique Q_e soit aussi insensible à la présence de l'îlot. D'ailleurs en général Q_e est négligeable au niveau de l'îlot et localisée essentiellement en $r < r_-$. L'équilibre cylindrique d'un point de vue énergétique s'écrit $Q_e = \nabla \cdot \mathbf{q}_e = -\nabla \cdot (n\chi \perp \nabla T_e)$. En écrivant $T'_e(0) = 0$, $T(a) = 0$ et $\nabla \cdot f(r) = (1/r)\partial_r(rf)$, cela se récrit

$$(1.1.5) \quad T_e(r) = \int_r^a \frac{dr}{rn\chi} \int_0^r dr Q_e(r)r .$$

En notant $T_0(r)$ le profil de température associé à Q_e en l'absence d'îlot, les hypothèses impliquent que $T_e(r > r_+) = T_0(r)$ et $T_e(r < r_-) = T_0(r) - \int_{r_-}^{r_+} dr (rn\chi)^{-1} \int_0^r dr Q_e(r)r$. Par conséquent dans la zone interne du tokamak par rapport à la position de l'îlot, la modification du profil de température est

$$(1.1.6) \quad \delta T_e(r < r_-) \equiv T_0(r) - T_e(r, w) = -T'_0(r_s)w + O(w^3) .$$

Il est intéressant de noter que, plus précisément, on a $\delta T_e(r < r_-) \sim (\frac{a}{rn\chi})_s \bar{Q}(r_s) \frac{w}{a} (1 - \frac{w^2}{32L_\nabla^2})$ où $\bar{Q}(r_s) = \int_0^{r_s} r dr Q$ et $L_\nabla = \min(L_n, L_\chi, L_Q) < a$. On voit ainsi que pour des îlots petits par rapport à la longueur de gradient de type $w/L_\nabla \ll 1$ ou même de l'ordre de L_∇ , l'approximation linéaire est valide. Par définition $L_n = n(r_s)/n'(r_s)$. De la même façon, on peut écrire qu'il y a une source de particules qui de façon macroscopique diffuse $S = \nabla \cdot \mathbf{q}_n = -\nabla \cdot (D\nabla n)$, ce qui donne aussi

$$(1.1.7) \quad \delta n(r < r_-) \equiv n_0(r) - n(r, w) = -n'_0(r_s)w + O(w^3) .$$

Il en découle que la variation d'énergie thermique $\delta E_{\text{th}} = \int_0^a r dr (n\delta T + T\delta n)$ liée à la présence d'un îlot mais aussi $\delta E_{\text{th}}/E_{\text{th}}$ sont proportionnels à la taille de l'îlot. On suppose pour simplifier $T = T_e + T_i = (1+\alpha)T_e$ où $\alpha = \text{Cte}$. Pour des profils relativement piqués de température et de densité $n(r)/n(0) = T(r)/T(0) = (1 - r^2/a^2)^2$, on obtient ainsi au premier ordre

$$(1.1.8) \quad \frac{\delta E_{\text{th}}}{E_{\text{th}}} = f(r_s) \frac{w}{a} \text{ avec } f(r_s) = \frac{40}{3}(1+\alpha)(1 - \frac{r_s^2}{a^2}) \frac{r_s}{a} .$$

Dans le modèle il a été supposé que l'îlot correspondait à une bande de largeur w et donc d'aire wL_θ avec $L_\theta \sim 2\pi r_s$, si on omet par symétrie la direction torique. Nous avons montré qu'en réalité pour des îlots suffisamment petit pour que les effets de gradient de courant à la séparatrice soient négligeables, l'aire de l'îlot lorsque ce dernier a saturé A_s satisfait $2A_{\text{sat}} \sim w_{\text{sat}}L_\theta$ [107]. Autrement dit, on peut prédire que $\delta E_{\text{th}}/E_{\text{th}} \sim 0.5f(r_s)w_{\text{sat}}/a$ à saturation.

taille de l'îlot à saturation est aussi clairement établie tant d'un point de vue numérique que expérimental [50]. Dans ces estimations, le mécanisme détaillé d'évacuation de la chaleur du cœur vers le bord à travers le court-circuit passant par le point X [38] mais aussi la structure de l'îlot⁷ ont été ignoré. On voit cependant que être en capacité de prédire les conditions de génération d'îlots, mais aussi de contrôler leurs croissances sont potentiellement des enjeux importants pour obtenir des hauts niveaux de confinement, autrement dit à haut $\beta_N = \beta_t a B_t / I_p$ avec $\beta_t = 2\mu_0 \langle p \rangle / B_t^2$. $\langle p \rangle$ est la pression moyenne normalisée du plasma et I_p ⁸ le courant du plasma. Dans les tokamaks, la quantité β_N est en général de l'ordre de l'unité. Pour ITER, selon les scenarii, il est prévu qu'elle soit typiquement entre 1 et 3. Nous reviendrons sur l'enjeu de prédiction d'évolution des îlots dans le cadre d'ITER, mais cela nécessite d'explicitier ces conditions d'existence et de croissance dans un cadre général dans un premier temps.

1.2. Mécanismes de croissance des îlots magnétiques à haut β

Historiquement, l'origine des îlots magnétiques observée dans les tokamaks a été attribué à une instabilité MHD dite de déchirement magnétique ("tearing instability" ou "current driven instability") [42]. La forme du mode déstabilisé ("tearing mode") donne, géométriquement, un îlot magnétique. Essentiellement, l'instabilité dépend de la forme du profil d'équilibre magnétique, du profil de q donc. Il faut souligner que, expérimentalement, il n'est pas toujours aisé de

7. Structure de l'îlot : La figure 1.1.2 montre l'influence d'un îlot sur la distribution de densité. De façon équivalente elle montre que la présence d'un îlot peut se détecter à travers l'applatissment en densité qu'il induit. On a $w/L_n \ll 1$ et les mesures de profils de densité, qui se situent au voisinage de l'îlot, sont linéaires par morceaux. Comme l'îlot est en rotation, les différentes lignes de mesures de profils de densité $\xi = \text{Cte}$ s'obtiennent au fur et à mesure que l'îlot tourne et passe devant le(s) détecteur(s). Géométriquement à la résonance $r = r_s$, l'écart angulaire toroïdal entre le point X et le point O est $\xi_X - \xi_O = \pi$. À partir des lignes coupant les point X et O, on peut bien-sûr reconstruire le lien entre distribution de densité et taille d'îlot : Il faut souligner que puisqu'il y a aplatissement ($w \gg w_c$), les harmoniques du mode instable ne sont pas un ordre de grandeur plus faible que le fondamental [38]. Il demeure néanmoins raisonnable d'écrire que la distribution de densité au voisinage de l'îlot est essentiellement liée à la présence du fondamental et à une modification du profil $n(r, \xi, w) = n_0(r, w) + \delta n_1(r, w) \cos \xi$. On peut toujours poser que $(r = r_s, \xi = 0)$ correspond au point X et $(r = r_s, \xi = \pi)$ au point O. On peut vérifier aisément qu'alors, en dehors de l'îlot,

$$(1.1.9) \quad n(r, \xi) = n_X(r) \pm \frac{1}{4} n'_X(r_s) w (-1 + \cos \xi),$$

où le signe \pm est un $+$ si on est à gauche de l'îlot (côté interne) et un $-$ si on est à droite (côté externe). On est dans une situation où le niveau du fluctuation du mode $m = 0$ égale celui du mode $m = 1$. On a en particulier $n_0(r) = n_X(r \pm w/4) \neq n_X(r)$. $n_X(r)$ est le profil de densité de la figure, celui de la ligne coupant le point X. Enfin, $\delta n_1(w)$ est bien proportionnel à la taille de l'îlot.

8. Plus précisément, I_p est le courant toroïdal du plasma lié au champ magnétique poloïdal, qui s'écoule à travers la section circulaire $r \leq a$ et en supposant $q(a) = 3$, a étant le petit rayon du tokamak [138]. $I_p = \int_{r < a} dS \nabla \times B_\theta = \mu_0^{-1} 2\pi a B_\theta(a) = 2\pi a^2 B_\phi / (3\mu_0 R)$. Dans la dernière égalité, on a fait $q(a) = 3$ et l'approximation de large rapport d'aspect. La densité de courant moyenne associée est $j_{\text{tot}} = I_p(r_s) / (4\pi r_s^2)$.

la repérer. Un îlot n'a pas forcément pour origine cette instabilité. De plus, le déclenchement de cette instabilité dépendra de la forme globale du profil d'équilibre magnétique [35, 106] et pas seulement au niveau de la résonance où elle se développe. Elle dépendra aussi de la forme des petites échelles de ce profil [95]. Autrement dit, il est presque vain de rechercher expérimentalement une précision suffisante du profil de q pour établir la présence de l'instabilité et la caractériser. Un paradigme au cœur de la théorie analytique qui sous-tend cette instabilité est que tous les effets non locaux liés à la forme globale du profil et/ou des conditions de bords peuvent être pris en compte à travers un unique paramètre Δ' . Il est une mesure du saut du champ magnétique à la résonance⁹. Pour que l'instabilité se produise, il faut essentiellement qu'il soit positif. Ainsi la prédiction de l'évolution de la taille d'un îlot ne requerrait que la connaissance de Δ' et des propriétés de l'équilibre au voisinage de la résonance. Nous avons montré que cela n'était pas correct, en général, en particulier lorsque l'îlot et/ou Δ' étaient suffisamment grands [106, 107]. Cette approche est néanmoins celle adoptée, encore aujourd'hui, dans les études numériques ; y compris celles qui portent sur des applications pratiques telles que le contrôle et la suppression des îlots magnétiques. Ce dernier point est un enjeu majeur pour ITER, nous y reviendrons. Des aller-retours entre expérience et simulations numériques que nous allons exposer ont amené à faire des prédictions sur le contrôle des îlots pour ITER. En particulier, les expériences ont permis de quantifier un certain nombre de paramètres pour des décharges types données, y compris Δ' . Les régimes étudiés dans les tokamaks, d'intérêt donc, sont ceux où l'instabilité de déchirement est absente et par conséquent $\Delta' < 0$.

D'un point de vue théorique, tout cela est extrêmement fragile. D'une part, Δ' n'est pas une quantité correctement définie dès que l'on inclue des effets de pression par exemple. Ils peuvent amener à un changement de nature de la singularité idéale qui se produit à la résonance. D'autre part, il n'est pas parfaitement clair que Δ' soit toujours négatif [86]. Pour expliquer les dynamiques des îlots observés, leur génération, leur diversité, leur taille, d'autres mécanismes ont été proposés [19]. Cette nouvelle classe d'îlots est regroupée sous l'acronyme NTM ("Neoclassical Tearing Mode") et s'appuie sur une théorie néoclassique non-linéaire de modes de déchirement induit par le gradient de pression à l'intérieur de l'îlot. D'un point de

9. La théorie "standard" linéaire et non-linéaire de l'instabilité de déchirement magnétique est exposée de façon détaillée dans les annexes des thèses [89, 131, 104].

vue expérimental, la distinction entre ces différents types d'îlots est assez bien établie à condition qu'ils soient suffisamment grands [24], mais la démonstration claire de leur existence est relativement récente [114].

La taille de l'îlot, et par conséquent le temps caractéristique de confinement, dépend bien sûr de nombreux paramètres qui caractérisent la décharge et la zone où l'îlot croît. Néanmoins, la quantité d'énergie thermique que contient le tokamak lors d'une décharge joue un rôle particulier. En effet, nous allons le voir, pour un équilibre et des paramètres de transport donnés, la taille maximale de l'îlot dans les tokamaks tend à être proportionnelle au β poloïdal β_p . L'origine est liée à l'existence de particules piégées qui induisent des courants de magnétisation et de "bootstrap". Ces derniers sont des courants autogénérés, liés à la présence de gradients de densité et de température et au transfert de quantité de mouvement entre les particules piégées et passantes (voir l'annexe 7.1). Les courants de magnétisation des particules piégées et passantes sont faibles devant celui de bootstrap [39]. L'applatissage de la pression dans l'îlot magnétique [138] induit en fait un abaissement du courant de bootstrap ou autogénéré qui égale

$$(1.2.1) \quad \mathbf{j}_b = -1.46\sqrt{\epsilon}B_\theta^{-1}(p'_e + n'T_i - 0.172nT'_i)\mathbf{B}/B \quad \text{dans le cas où } n = n_e = n_i.$$

Le courant de bootstrap est à l'origine du mécanisme d'amplification *dominant* de la taille des îlots magnétiques lorsqu'on essaye d'atteindre des régimes de confinement améliorés [120], *i.e.* d'augmenter β_N . Le facteur d'amplification peut-être considérable. Dans ces régimes, les îlots en questions sont donc de la classe des NTM. Un deuxième mécanisme important est celui de polarisation. Les effets de ces mécanismes se synthétisent dans une équation d'évolution de la taille de l'îlot, dite de Rutherford généralisée :

$$(1.2.2) \quad \frac{\tau_R}{r_s} \frac{dw}{dt} = r_s \Delta' + 6.54 r_s \sqrt{2\epsilon_s} \frac{\beta'_{ps}}{s_s} \left(\frac{w}{w^2 + w_d^2} - \frac{w_{\text{pol}}^2}{w^3} \right),$$

avec $w_d \sim 1.8w_c$ [38, 16]. τ_R est le temps résistif. $\beta'_{ps} = -(q_s/\epsilon_s)^2 \mu_0 r_s p'_s / B_\theta^2$ est lié au gradient de pression dans l'îlot et est essentiellement proportionnel à β_p . Les deux termes dans la parenthèse sont respectivement les effets de bootstrap et de polarisation (voir annexe 7.2).

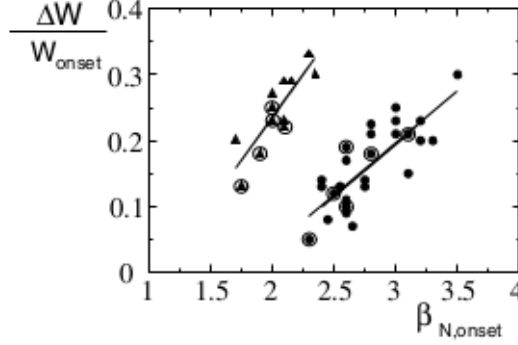


FIGURE 1.2.1. Cette figure est issu de la lettre [52](Autorisation à demander): L'ordonnée est $\Delta E_{th}(w_s)/E_{th}$ et "onset" se réfère à la mesure des quantités au moment où le mode NTM $m/n=3/2$ apparaît. Les données sont issues de décharges produites sur ADEX upgrade. Des résultats similaires ont été obtenus sur JET.

Les NTM induisent un déconfinement proportionnel à β puisque, comme nous le discutons dans l'annexe 7.2, la taille de l'îlot est elle-même proportionnelle à β : $\Delta E_{th}(w_s)/E_{th} \sim \beta$. Expérimentalement, ce résultat est bien vérifié, confirmant indirectement le rôle du courant de bootstrap dans la poussée des îlots magnétiques. Un exemple remarquable est présenté sur la figure (1.2.1). La linéarité entre le niveau de déconfinement induit par l'îlot et le β est bien observée. Il faut souligner que les décharges représentées sur cette figure couvrent une assez large gamme de paramètres scalaires ($B_t = 1.5 - 2.5$ T, $I_p = 0.8 - 1.0$ MA, $q_{95} = 3.0 - 4.3$). Les données cerclées correspondent à des décharges à paramètres identiques ($B_t = 2.5$ T, $I_p = 1.0$ MA, $q_{95} = 4.3$). On observe une transition remarquable autour de $\beta_N \sim 2.3$ où le fait d'augmenter la pression améliore le niveau de confinement. Pour JET la transition est observée autour de $\beta_N \sim 2.0$. Cette transition à haut β se caractérise par le fait que la taille de l'îlot s'effondre régulièrement et soudainement avant de parvenir à une saturation. Il en résulte que sa taille moyenne est abaissée et par conséquent le niveau de confinement, qui est lui-même proportionnel, aussi. L'origine de la transition est un mécanisme non linéaire de couplage de modes qui n'est pas clairement identifié. Cependant la stabilité linéaire des modes avec lequel l'îlot se couple influence la valeur de β_N où la transition se produit. Ce régime de confinement amélioré est nommé FIR-NTM (FIR pour "Frequently Interrupted Regime"). Nous reviendrons sur cette discussion à la fin du chapitre 5.

1.3. L'observation et la prédictibilité de la dynamique des îlots magnétiques dans les grands tokamaks

Un prérequis au développement des NTM comme indiqué par la structure de l'équation de Rutherford (1.2.2) et discuté dans l'annexe 7.2, est l'existence d'un îlot graine de taille w_g non nulle. La raison de l'existence de telles graines peut avoir des origines multiples et par exemple être une conséquence de la présence de dents de scie [117] ou être induit par la micro-turbulence au sein du plasma comme nos travaux semblent l'indiquer [92]. En ce qui concerne les futures machines à fusion, il n'est pas clair dans quelle mesure les îlots magnétiques seront problématiques à leur fonctionnement et quelques précisions permettent de borner la question. Pour commencer, les NTM sont bien observés dans les grands tokamaks actuels et en particulier dans les régimes d'intérêt pour la fusion, ceux de confinement optimisé (H-mode) et lorsque le profil du facteur de sécurité q est monotone [26, 73, 116].

En outre, une étude menée par Buttery et collaborateurs [15] indique que pour ITER, le point d'opération du scénario 2 se situe au dessus du seuil de métastabilité des NTM pour $q=3/2$. *Autrement dit, dans ces régimes, une graine d'îlot suffisamment importante devrait apparaître dans les décharges pour/et induire un NTM.*

Cette étude riche en résultats montre notamment que, expérimentalement, le seuil de métastabilité se situe sur une ligne $\beta_{pe,c} \sim 5.5\rho_{*,i\theta}$ où β_{pe} est le beta poloïdal électronique critique et $\rho_{*,i\theta}$ est le rayon de Larmor ionique poloïdal normalisé au petit rayon de la résonance r_s , une fraction du petit rayon du tore. Ce résultat se base sur des études croisées sur plusieurs machines (JET, DIII-D, ASDEX U). Elle met donc en évidence l'importance du rayon de Larmor qui est l'échelle typique de la turbulence dans les tokamaks. Cette étude montre aussi, d'une part, que le scénario 2 sera largement au-dessus du seuil de métastabilité avec $\beta_{pe} \sim 10\beta_{pe,c}$. D'autre part, il y est aussi montré que le paramètre de contrôle de l'amplitude critique de la graine d'îlot w_d est de l'ordre du cm (2 cm pour DIII-D) et semble indépendant de $\rho_{*,i\theta}$, autrement dit du niveau de turbulence. La fiabilité de ces résultats et leur extrapolation à ITER restent cependant discutées [88] car il est délicat d'augmenter le β_N pour chercher le seuil tout en maîtrisant la valeur de $\rho_{*,i\theta}$, qui est aussi modifiée lorsqu'on chauffe. La dépendance expérimentale en $\rho_{*,i\theta}$ n'est pas nécessairement le signe que la turbulence joue un rôle dans

la physique de graine d'îlot. Cette dépendance peut-être lié à un mécanisme de polarisation ionique couplé à des effets collisionnel donnant $w_{\text{pol}} \sim \sqrt{\epsilon g(\nu, \epsilon) L_q / L_p} \rho_{i\theta}$ ($g = 1$ dans la limite de faible collisionnalité $\nu = \nu_i / \epsilon \omega_e^* \ll 1$ [16, 140]). Dans la limite $w/w_d \gg 1$, pour une taille d'îlot donnée w , l'équation (1.2.2) implique que le seuil de stabilité marginale est donné par

$$(1.3.1) \quad \sqrt{\frac{L_p}{L_q}} \beta_{p\text{-critique}} = -r_s \Delta' \rho_{*,i\theta} \frac{w/w_{\text{pol}}}{1 - (w_{\text{pol}}/w)^2}.$$

Malgré les nombreux efforts théoriques, la recherche des mécanismes clefs qui contrôlent la génération de NTM n'a pas abouti à une vision claire de la situation. Les résultats expérimentaux restent largement mal compris. Par exemple, contrairement à ce qui est suggéré par l'équation (1.3.1) et les arguments physiques qui ont amené à sa déduction, il ne suffit pas de quantifier $(\rho_{*,i\theta}, \nu)$ pour être en mesure de prédire quand se déclenchera un îlot. Il apparaît néanmoins que trois paramètres semblent particulièrement importants pour contrôler la génération de NTM [16] : le beta (β_p et/ou β_N) le rayon de Larmor ionique ($\rho_{i\theta}$ et/ou $\rho_{i\phi}$) que nous avons précédemment évoqués et aussi la période des dents de scie τ_{sawtooth} . Dans la discussion qui suit, il n'est pas précisé si il s'agit de paramètres mesurés localement à la résonance ou globalement, par soucis de simplicité mais aussi parce que qualitativement les résultats restent similaires. En fait, il est avancé dans [16], sur la base de méthodes statistiques (réseaux de neurones) et pour un NTM à $q = 3/2$, que la prédiction est optimale en considérant le trio $(\beta_N, \rho_{i\phi}, \tau_{\text{sawtooth}})$. Par prédiction optimale, il est entendu la capacité à anticiper le plus en avance possible le moment où un NTM va être généré. Plus on anticipe, mieux on peut contrôler sa dynamique. Ce résultat a été obtenu dans des configurations ELMy H-mode avec chauffage par injection d'un faisceau de neutres (NBI). Plus précisément, la meilleure performance prédictive du réseau de neurones se produit lorsqu'on considère seulement ces 3 paramètres d'entrée, alors que jusqu'à 25 paramètres ont été considérés ! En fait, le paramètre τ_{sawtooth} se révèle jouer un rôle important, un seuil critique bas en β_N étant fortement corrélé à des longues périodes de dents de scie. L'allongement de la période des dents de scie semble être favorisée par une forte proportion de chauffage ICRH comparé au chauffage NBI injecté dans une décharge. Il est étonnant par ailleurs que ce ne soit l'amplitude de la dent de scie qui joue un rôle prédominant comparé à la période car on pourrait imaginer que cela permette le transfert d'une quantité

plus importante d'énergie entre la dent de scie et l'îlot graine. Enfin, la dépendance linéaire entre $\beta_{p\text{-critique}}$ et ρ_\star que suppose (1.3.1) n'est pas retrouvée expérimentalement. La loi de puissance $\beta_{p\text{-critique}} \sim \rho_\star^\alpha$ dépendant de la façon dont on effectue les décharges et en particulier de la proportion de NBI et ICRH ; dans [16], α varie de 0.6 à 1.5. Il en découle que l'utilisation d'une loi de puissance reste fort problématique en particulier pour faire des prédictions pour les scénarii d'ITER. Cependant, un point remarquable des résultats expérimentaux est que, pour des décharges similaires dans différentes machines, en particulier en terme de collisionnalité, le β_N critique semble relativement indépendant de ρ_\star , toujours pour les NTM à $q = 3/2$. Les auteurs de [16] en concluent, avec une certaine prudence, que le seuil critique en β_N pourrait être sensiblement plus élevé que prévu par une simple extrapolation linéaire ρ_\star comme envisagé dans [80]. Allant aussi dans le sens d'une certaine prudence est le fait que les particules rapides devraient aussi abaisser la valeur critique de la taille d'îlot comme dans JET où elles stabilisent les dents de scie et donc potentiellement allongent leurs périodes.

Ces résultats complexes et les difficultés pour les rendre intelligibles ont amené dans la dernière décennie à ce que les efforts pour comprendre l'origine des NTM et prédire leur effet sur la décharge se réduisent. L'activité s'est progressivement concentrée sur la mise au point de systèmes de contrôle direct des NTM lorsqu'ils apparaissent et le développement de techniques de stabilisations des NTM à $q = 3/2$ et $q = 2/1$, le but étant d'empêcher leur développement.

1.4. Le contrôle des îlots NTM dans les tokamaks et prédictions pour ITER

Le principe du contrôle de leur croissance repose sur l'idée, déjà évoquée, que la croissance des NTM est liée à l'aplatissement de la pression dans l'îlot qui génère un courant de bootstrap. Ce dernier abaisse en fait la quantité de courant au voisinage de la résonance où le mode se développe. Il s'agit donc d'injecter le courant dans cette zone pour palier le déficit. Considérant les effets de bootstrap, de déchirement magnétique et de polarisation, mais aussi l'impact de l'injection de courant localisé au voisinage de la résonance par ECCD (electron cyclotron current drive), l'équation de Rutherford généralisée (1.2.2) peut s'écrire avantageusement sous la forme [81, 120]

$$(1.4.1) \quad \frac{\tau_R}{r_s^2 |\Delta'|} \frac{dw}{dt} = -1 + N(w) + \left(1 - \frac{\Delta_\tau w}{a}\right) w_{\text{sat}\infty}(\beta_p) \left(\frac{w}{w^2 + w_{\text{marg}}^2} - \frac{w_{\text{pol}}^2}{w^3} \right) - \tilde{\Delta}'_{\text{cd}} ,$$

où on a modélisé l'impact du courant ECCD j_{cd} sur la variation de la taille d'îlot par un terme proportionnel à la quantité relative de courant injecté $\tilde{\Delta}'_{\text{cd}} \equiv \Delta'_{\text{cd}}/(r_s \Delta') \sim j_{\text{cd}}/j_{\text{tot}}$. Le terme $(1 - \frac{\Delta_\tau w}{a})$ permet d'inclure de façon auto-consistante, le mécanisme de déconfinement déjà décrit et induisant naturellement un abaissement du β proportionnel à la taille de l'îlot. Le terme $N(w)$ contient les effets non linéaires indépendants des effets de bootstrap et de polarisation, voir [35, 4]. Nous ne nous attarderons pas sur ce terme même si nous avons travaillé sur sa quantification [108, 121, 122] et mis en évidence que des mécanismes nouveaux reliés à la croissance nonlinéaire de l'îlot [106, 107]. Il est négligeable lorsque les îlots sont suffisamment petits, ce que nous supposons. À noter enfin qu'un autre mécanisme lié aux courbures donnant une contribution similaire à celui du courant de bootstrap si l'îlot est suffisamment grand (en $1/w$) [116] n'est pas explicité, dans la mesure où expérimentalement il est fort difficile de le distinguer.

1.4.1. En l'absence d'injection de courant, dans les décharges d'ITER, on pourrait une dégradation énergétique très importante et les NTM devraient induire des disruptions . Pour le voir, discutons le cas $j_{\text{cd}} = 0$. Soulignons pour commencer que c'est sur la base de l'équation de Rutherford généralisée (1.4.1) ou de certaines variantes que l'impact des îlots sur ITER a été étudié : Dans un premier temps on va estimer la valeur des paramètres de l'équation de Rutherford aux travers de nombreuses expériences sur différentes machines, ainsi que leurs variations selon le type de décharge et les paramètres du plasma. Dans un second temps, on travaille sur un scénario type de ITER. Pour cela, on fixe les paramètres de l'équation de Rutherford en extrapolant les résultats précédents obtenus sur d'autres machines. En s'appuyant alors sur l'équation de Rutherford, on peut prédire les tailles d'îlot maximales ou encore le β critique de déclenchement du NTM. Une fois les paramètres fixés cela se fait en effet assez simplement : dans la limite $w \gg (w_{\text{marg}}, w_{\text{pol}})$ et l'absence de ECCD, la taille de l'îlot est donnée par

$$(1.4.2) \quad w_{\text{sat}} = \frac{w_{\text{sat}\infty}}{1 + \Delta_\tau \frac{w_{\text{sat}\infty}}{a}} .$$

D'autre part, le β critique où le NTM s'est déclenché est difficile à quantifier au moment où il est dépassé car l'îlot est en général trop petit pour être détecté. Néanmoins, lorsque la taille de

l'îlot sature, lorsque donc un régime stationnaire est atteint, le β_p est relié à celui - noté $\beta_{p-onset}$ - qui prévalait au moment où l'îlot graine a dépassé la taille critique et donc où la croissance du NTM s'est déclenché :

$$(1.4.3) \quad \beta_{p,sat} = \beta_{p-onset} \left(1 - \frac{\Delta_\tau w_{sat\infty}}{a}\right) / \left(1 + \frac{\Delta_\tau w_{sat\infty}}{a}\right) .$$

On a vu cependant dans la section 1.3 que le degré de confiance dans ce type de procédure reste relativement délicat tant elle nécessite de concilier un certain nombre d'observations contradictoires.

Il ressort de ces études que les modes résistifs néoclassiques (NTM) sont probablement la principale limitation en terme de stabilité et de performance pour les scenario standards d'ITER. Focalisons-nous sur le mode 2/1 du scenario 2 de ITER qui se caractérise par un régime "ELMy" avec dents de scie en mode H, qui correspond numériquement à $w_{sat\infty} = 32\text{cm}$, $\beta_N = 1.84$, $\beta_p = 0.66$. Il a été estimé qu'en l'absence de ECCD la largeur d'îlot serait de 24cm , ce qui correspondrait à un niveau de dégradation de 25% [120].

Il faut aussi souligner, pour bien cerner la problématique, le rôle de la dynamique des îlots en terme de vitesse de rotation. Elle joue un rôle aussi important que leur taille dès que l'on veut évaluer l'impact d'un îlot sur une décharge. En effet, dès qu'ils sont générés, ils sont naturellement partiellement entraînés par le plasma [90]. Cependant, la rotation des îlots induit des courants de Foucault dans le mur résistif qui ralentissent la rotation de l'îlot, voire produisent un blocage de sa rotation - on parle de blocage de mode. Cela peut alors impliquer une sortie du régime à haut confinement (mode H) et/ou amener à une disruption. La modélisation du freinage par ces courants et leurs conséquences sont abordées en particulier dans [80].

En fait, la taille d'îlot de 25cm précédemment évoqué pour le scenario 2 d'ITER, non seulement induirait une dégradation importante mais, en plus, serait supérieure largement à la taille critique à partir de laquelle le mode est bloqué [81, 120].

1.4.2. L'injection de courant pourrait ne pas résoudre le problème de génération de NTM dans ITER. Pour le voir, considérons le cas $j_{cd} \neq 0$. Plus précisément, regardons dans quelle mesure on peut contrer la croissance des modes 2/1 et 3/2 par injection de courant

j_{eccd} que l'on supposera localisé et centré en r_{cd} ,

$$(1.4.4) \quad j_{eccd} = j_{cd} \exp(-4(r - r_{cd})^2/w_{cd}^2) .$$

Pour commencer, il faut remarquer que l'injection de courant, non seulement permet de compenser le courant de bootstrap manquant dans l'îlot mais aussi modifie, par construction, $\Delta' \rightarrow \Delta' + \delta\Delta'$. Lorsque ce courant est bien aligné et orienté dans le sens du courant présent au sein de l'îlot, il s'agit là d'un effet stabilisant dans la mesure où il est injecté au voisinage de la résonance de faible rationalité où le NTM se développe, plus précisément dès que $r_{cd} - r_s < w_{cd}/2$ [139, 114, 80]. Le deuxième effet stabilisant est bien-sûr lié à la quantité de courant injecté pour remplacer le courant de bootstrap manquant ou soustrait à celui d'équilibre, autrement dit à la quantité Δ'_{cd} . Une première modélisation consiste à introduire une constante $K_1(r_{cd}, w_{cd})$ dépendant de la façon dont est injecté le courant pour une expérience donnée :

$$(1.4.5) \quad \Delta'_{cd} = a_2 K_1 \frac{j_{cd}}{j_{tot}} L_q / w .$$

Une étude détaillée de la fonction $K_1(r_{cd}, w_{cd})$ est présentée dans [80]. Essentiellement lorsque l'injection du courant est continue, elle est positive (ce qui donne une contribution stabilisante) dans la mesure où $r_{cd} - r_s < w_{cd}/2$ et où la largeur du faisceau est comparable à la taille de l'îlot. Le maximum de K_1 est alors de l'ordre de 0.6 et est estimé à 0.15 pour un îlot 3/2 dans ITER. Comme l'injection de courant est stabilisante au niveau du point 0 et déstabilisante au niveau du point X, il s'agit là d'un effet moyen. Si on module ce courant de façon à mettre en phase l'injection de courant avec le passage du point 0 (rappelons que l'îlot tourne toroïdalement), théoriquement il est prédit une valeur pour K_1 de 0.7 pour ITER et une modulation à 50/50. Expérimentalement, sur ASDEX Upgrade [145], le caractère fort avantageux de la modulation ne s'est pas avéré. Enfin, l'importance relative de ces deux contributions stabilisantes, de l'ordre de

$$(1.4.6) \quad \frac{\delta\Delta'}{\Delta'_{cd}} \sim K_1^{-1} \frac{w}{w_{cd}} ,$$

montre que dans la limite où la largeur de l'îlot reste petite par rapport au faisceau de courant ECCD, la contribution stabilisante $\delta\Delta'$ peut-être négligée. Il y a toujours un compromis technique à trouver entre la largeur du faisceau ($w_{cd} \rightarrow 0$) et le niveau d'alignement ($r_{cd} - r_s \rightarrow 0$), mais, en substance il ressort de l'étude menée dans [80]¹⁰ que à $\beta_N = 1.84$ ($\beta_p \sim 0.7$), dans l'hypothèse où il n'y a pas de blocage de mode :

- a) un îlot de près de 25cm ($w_{\text{sat}} = 25\text{cm}$) serait généré sans ECCD, ce qui correspond une dégradation du confinement de l'ordre de 25%
- b) la croissance de l'îlot entraînerait un blocage du mode dès 5cm (et donc potentiellement une disruption)
- c) 12MW de ECCD modulés permettrait de réduire la taille de l'îlot d'un facteur 11, et d'un facteur 6 en l'absence de modulation. Cela pourrait permettre de limiter non seulement le niveau de déconfinement mais aussi le risque de blocage de mode.

L'estimation de 12 MW a été abaissée à 3 MW modulé par certains des auteurs quelques années plus tard [81] sans que les raisons soient précisément notifiées si ce n'est des hypothèses sur une meilleure précision du faisceau ECCD et pour des valeurs de paramètres comparables. Quoi qu'il en soit, l'optimisation en temps réel de l'alignement apparaît être un point clef pour ITER. Ainsi, toujours pour le même scénario, les auteurs précisent que techniquement un ratio $j_{cd}/j_b \approx 1$ est accessible avec seulement 5 MW, laissant un peu de marge de manœuvre pour limiter dynamiquement la taille de l'îlot à 5 cm. Cela suppose néanmoins une capacité de localisation des surfaces résonantes au cm près soit une multiplication par trois de la précision en termes $\delta r_s/a$. Une imprécision de 2 cm peut même amplifier la taille de l'îlot.

L'étude plus récente déjà évoquée [120] a évalué aussi ces questions pour ce même scénario de référence en prenant en compte l'effet d'abaissement du β au fur et à mesure que l'îlot pousse ($\Delta\tau \neq 0$, voir Éq.(1.4.1)). Cette étude s'appuyait sur les performances d'une des dernières versions de la machine en projet "ITER upper launcher" dédiée au contrôle des îlots par injection ECCD : Une puissance de 13,3 MW donnant un pic de densité de courant $j_{cd} \simeq 0,2 \text{ MAm}^{-2}$

10. Dans le cas présent, le scénario considéré est le scénario 2 d'ITER et à $q = 2$. Il est toujours instructif d'avoir une idée de la valeur des paramètres utilisés : $L_q = 0.94\text{m}$, $r_s = 1,53\text{m}$, $w_{\text{marg}} = 0$, $w_{\text{pol}} = 2\sqrt{\epsilon}\rho_{\theta i} = 0.014\text{m}$, $j_b = 7.2\text{Acm}^{-2}$ and $j_{\text{tot}} = 38.8\text{Acm}^{-2}$. Lorsque le courant est modulé, $K_1 = 0.74$, sinon $K_1 = 0.38$. En prenant en compte un mauvais alignement $r_{cd} - r_s \approx 3\text{cm}$ et $(r_{cd} - r_s)/w_{cd} \approx 0.8$, pour obtenir le même niveau de réduction de la taille d'îlot, il faudrait que le rapport j_{cd}/j_b passe de 0.9 à 1.6. Notons enfin que la valeur $a_2 = 2.8$ a été estimée sur la base d'une décharge sur DIII-D où un îlot 2/1 à saturé (pas de blocage de mode) sans ECCD. La variabilité de a_2 semble peu faire l'objet de discussions.

et une largeur $w_{cd} \geq 2,35\text{cm}$. Le modèle d'injection de courant ECCD proposé inclut aussi la question de la variabilité du β mais les effets de mauvais alignement sont négligés. Il s'écrit

$$(1.4.7) \quad \tilde{\Delta}'_{cd} = c_j \left(1 - \frac{\Delta_\tau w}{a}\right) \frac{w_{\text{sat}\infty}}{w_{cd}^2} \frac{j_{cd}}{j_b} \eta_{aux} ,$$

où $\eta_{aux}(y = w/w_{cd})$ permet d'inclure l'impact de la largeur du faisceau ECCD relativement à la taille de l'îlot. L'expression $\eta_{aux}(y)$ est le résultat de "fits" effectués sur des résultats expérimentaux normalisés selon la contrainte $\eta_{aux}(1) = 1$, de même que c_j qui avoisine l'unité. En utilisant des valeurs dans la même fourchette que l'étude précédente et en supposant l'injection de 13.3MW en continue, ils obtiennent un rapport $j_{cd}/j_b = 2.7$ et une taille d'îlot saturée de 10 cm ; ce qui pourrait conduire à un blocage de mode et une disruption. Sur la base d'un étude paramétrique, ils prédisent, plus généralement, que le mode 2/1 pourrait être pleinement stabilisé en utilisant, selon ses caractéristiques entre 7 et 20MW. Pour mieux apprécier la variabilité des prédictions, on pourrait aussi citer "un dix ans d'âge" [60] : une fourchette haute de 30MW avait été déduite des données de JT60 par extrapolation pour stabiliser ces NTM sur ITER.

Actuellement, dans le scénario 2 d'ITER, il est prévu de stabiliser les NTM 3/2 et 2/1 par l'injection d'une puissance maximale de 20 MW à 170 GHz. Au vue des discussions, des incertitudes, voire des contradictions qui apparaissent dans les papiers essayant de prédire dans quelle mesure les îlots seront contrôlés - tels que ceux précédemment discutés, il peut apparaître être un choix assez inconfortable que de limiter la puissance de contrôle à 20MW. Ce choix est en réalité relié à des problèmes technologiques et de coûts.

1.4.3. Le régime FIR-NTM : un régime qui pourrait être intéressant. Le régime FIR-NTM est particulièrement intéressant dans ce cadre puisqu'il est compatible avec la plage de fonctionnement de ITER, $\beta_N = 1 - 3$, et il permettrait d'éviter de devoir stabiliser le NTM 3/2 par injection de courant ECCD. Ce régime pourrait donc permettre de limiter les contraintes et libérer de la puissance pour stabiliser le mode 2/1 qui est plus dangereux par injection de courant ECCD.

1.5. ITER et le rôle de la physique des graines d'îlots magnétiques

Le contrôle des îlots par injection de courant est une idée qui d'une certaine façon propose de tuer structurellement l'îlot - qui n'est au fond que courant - en lui opposant un courant

opposé de puissance comparable en son cœur ($j_{cd}/j_b \sim 1$). Ce parti-pris repose en partie sur le fait que leur détection lorsqu'ils sont générés et encore de faibles amplitudes, reste difficile. Un échappatoire à cela reste d'injecter de façon préventive du courant là où ils sont susceptibles de pousser. C'est d'ailleurs une des propositions dans [120]. Lorsque leur origine est liée à des dents de scie, on peut aussi contrôler la période des dents de scie, dont on a déjà souligné l'importance, en les stabilisant ou les déstabilisant par utilisation de ECCD. D'une certaine façon, tout cela procède de la même logique, mais d'autres difficultés apparaissent comme la localisation précise des surfaces résonantes dans ce contexte. Ce parti-pris de résoudre le problème de génération d'îlot en injectant un courant comparable et opposé repose aussi sur le fait que leur origine est mal comprise ; en quelque sorte le principe de simplification l'impose alors naturellement.

Non seulement l'origine des îlots, ou plutôt des graines d'îlots, est mal comprise, mais expérimentalement, on pourrait s'attendre à ce que leur apparition soit lié à un ou des phénomènes précurseurs aisément identifiables. On a évoqué les dents de scie. Néanmoins, bien souvent, il n'y a même pas d'observation d'un précurseur à la poussée d'un îlot. Considérons, par exemple, une campagne expérimentale récente de décharges à haut β_p dans JT-60U [70] : il a été observé que 80% des NTM 2/1 détectés à des faibles amplitudes apparaissaient sans qu'aucun événement déclencheur/précurseur ne puisse leur être associé. L'origine des graines d'îlot reste inexpliquée en réalité dans des situations relativement nombreuses et qui sont loin de se limiter au tokamak JT-60U. Par exemple sur le tokamak ASDEX Upgrade, des résultats récents qui ne semblent pas spécifiques à des décharges à haut β_p montrent des situations où l'origine du déclenchement des NTM à $q = 3/2$ et $q = 2$ restent inexpliquée [37]. Ces résultats semblent aussi indiquer que plus le niveau de courant de bootstrap dans l'îlot est faible, plus la probabilité que l'origine du NTM soit détectée est faible. Il en résulte que des efforts restent à faire pour comprendre l'origine des îlots graines. Une meilleure compréhension de la physique des graines est indispensable si on veut à terme minimiser les situations où les NTM poussent. Rappelons que le courant de bootstrap induit par l'aplatissement de l'îlot amplifiera la taille de ces graines qui deviendront donc des NTM et amèneront à une dégradation du déconfinement, voire à une disruption. *Il faut finalement souligner que la physique des graines est largement indépendante des problématiques liées à la dynamique des NTM et à leur contrôle. Par exemple, le courant de bootstrap peut être de relativement peu d'importance.*

Dans le chapitre qui suit nous regarderons dans quelle mesure, expérimentalement, les interactions entre activité MHD et turbulence influencent la dynamique d'une décharge. D'un point de vue expérimental, la physique des graines d'îlot est relativement inaccessible de par les tailles des îlots graines. Nous verrons néanmoins au prochain chapitre que pour des îlots déjà relativement larges, leur interaction avec la turbulence dans laquelle ils baignent peut, sous certaines conditions ou pour certains types de décharges, être observable. Nous regarderons plus généralement quelles sont les études expérimentales qui ont approché la questions de l'interaction entre îlot et turbulence et quelles sont les difficultés expérimentales qui rendent difficiles la mise en évidence du rôle de la turbulence dans la physique des îlots. Il s'agira donc d'un point de repère pour motiver une analyse numérique de ces questions au chapitre 4.

Îlots magnétiques et turbulence : observations expérimentales

2.1. Fluctuations magnétiques, fluctuations MHD et turbulence : Quels niveaux d'activité ?

Dans la mesure où, comme nous l'avons vu l'origine des NTM, et plus particulièrement des graines d'îlot qui en sont à l'origine, restent largement inexpliquées, il convient d'aborder le problème dans un cadre plus général et de se demander, si les mécanismes des grandes échelles spatiales contiennent la physique des îlots graines ? ou encore si les observations expérimentales au niveau des grandes échelles spatiales peuvent expliquer la génération d'îlots graines. Dans les machines où sont générés des plasmas chauds, le confinement peut-être affecté par plusieurs instabilités qui agissent à des échelles spatiales et temporelles forts différentes. Nous avons déjà évoqué l'instabilité de déchirement magnétique à l'origine de la génération d'îlots magnétiques qui peuvent potentiellement atteindre des tailles/largeurs macroscopiques, une fraction du petit rayon d'un tokamak. D'un autre côté, les instabilités de type interchange à l'origine de turbulences dites microscopiques [46] se situent sur une large plage d'échelles, qui dépendent notamment de la partie de la machine étudiée (cœur, bord,...) mais sont bien inférieures à celles des îlots. La compréhension des mécanismes d'interaction entre la turbulence et les îlots magnétiques a fait jusqu'à récemment l'objet de relativement peu d'efforts, chacune de ces thématiques de recherche étant historiquement séparées. Il est utile de regarder pourquoi et en premier lieu si les niveaux de fluctuations respectifs sont comparables. Dans quelle mesure pouvons mettre en évidence l'interaction de ces différents objets ou différentes échelles ?

2.1.1. Niveau des fluctuations liées à la turbulence. En l'absence d'activité MHD, les fluctuations des quantités macroscopiques correspondent à des fluctuations induites par la turbulence. Les fluctuations magnétiques relatives mesurées ainsi sont très faibles $\delta B/B \approx 0.01\%$ comparées au niveau des fluctuations électrostatiques $\delta E/E$, $\delta n/n$, $\delta p/p$ qui sont de l'ordre du pourcent et peuvent dépasser 10%, en particulier au bord ($q > 2$ pour fixer les

idées). En fait, en première approximation, les fluctuations de pression magnétique et thermique tendent à s'équilibrer le long d'une ligne de champ $\delta p \approx \delta(B^2/2\mu_0)$ et par conséquent $\delta p/p \approx \beta \delta B/B$. Les fluctuations turbulentes étant essentiellement orthogonales au champ magnétique, on a plus précisément [36, 28]

$$(2.1.1) \quad 10^2 \frac{\delta B_\theta}{B_\phi} \sim 10 \frac{\delta B_\theta}{B_\theta} \sim \frac{\delta T_e}{T_e} \sim \frac{\delta T_i}{T_i} \sim \frac{\delta n}{n},$$

où on a utilisé $B_\theta/B_\phi \sim qR/a \sim 0.1$. On est donc tenté d'en déduire que les fluctuations magnétiques ne jouent pas un rôle déterminant au niveau de la turbulence.¹ C'était une des raisons qui avaient amené à étudier dans un cadre électrostatique la micro-turbulence des plasmas de tokamak.

Si on s'intéresse à l'impact des fluctuations magnétiques sur le transport, il est intéressant de les comparer à celles liées à la turbulence d'origine électrostatique en première approximations. Le coefficient de transport/diffusion turbulent est donné par $\chi_e \approx |\delta v_E|^2 \tau_c \approx v_{Ts} L_p (\delta n/n)^2$ où τ_c est un temps de corrélation caractéristique de la turbulence et δv_E correspond au niveau de fluctuations de vitesses. Celui induit par une éventuelle stochastisation des lignes de champ magnétiques aux petites échelles est donné par la formule de Rechester Rosenbluth $\chi_m \approx v_{Te} L_c (\delta B_r/B)^2$ où la longueur de corrélation parallèle est $L_c \approx L_\parallel = 2\pi qR$. Les fluctuations magnétiques pourraient donc jouer un rôle non négligeable dans le transport si $\chi_e \lesssim \chi_m$, soit encore

$$(2.1.3) \quad \left(\frac{\delta B}{B}\right)^2 \gtrsim \frac{\pi q R}{L_p} \sqrt{\frac{m_e}{m_i}} \left(\frac{\delta n}{n}\right)^2.$$

1. Une façon d'évaluer grossièrement l'impact de cet "ordering" sur la dynamique du plasma est de regarder de quelle façon les fluctuations perturbent l'équilibre MHD. Dans une approche minimaliste, l'équilibre des forces peut s'écrire comme résultant de l'addition de la force de Laplace et de la pression thermique $\mathbf{\Gamma}_{eq} \equiv \mathbf{J}_{eq} \times \mathbf{B}_{eq} - \nabla P_{eq} = \mathbf{0}$, les échelles considérées étant supérieures à la longueur de Debye et donc la quasi-neutralité $n_e = n_i \equiv n$ satisfaite. En termes d'ordres de grandeur, cela se traduit par $p_{eq} \sim B_{eq}^2/(2\mu_0)$. Le niveau de perturbation $\Gamma = \delta \Gamma_{eq}$ de l'équilibre induit par la turbulence peut alors se quantifier par

$$(2.1.2) \quad \Gamma \sim \frac{p}{L_*} \left(\frac{\delta(B_\perp^2)}{B_\perp^2} + \frac{\delta(B_\perp)}{B_\perp} + \frac{\delta p}{p} \right),$$

où on a utilisé que $\mu_0 \delta J_\parallel \sim \delta B_\perp/L_*$, $\delta \nabla P \sim \delta p/L_*$ et L_* est une échelle caractéristique de la turbulence. On a simplifié l'écriture : p et B_\perp désignent respectivement P_{eq} et $B_{eq,\perp}$. Les deux premiers termes dans la parenthèse du membre de droites mettent en évidence les fluctuations magnétiques turbulentes et le dernier les fluctuations thermiques. On voit que le déséquilibre des forces créé par la turbulence sera essentiellement thermique si on considère l'ordering (2.1.1), puisque par définition $\delta p = n\delta T + T\delta n$ et donc $\delta p/p \sim \delta n/n$.

Cependant la question d'une stochastisation effective des lignes de champ reste une question ouverte. D'autre part, cette démarche ne tient pas compte de l'importance éventuelle d'événements où localement des fluctuations magnétiques peuvent être importantes. Elle ne tient pas compte aussi d'éventuels mécanismes de transferts d'énergie opérant, en moyenne sur des temps plus importants, que ceux liés à une turbulence telle que la perte de mémoire (la décorrélation) joue un rôle clef.

Si on regarde de plus près la Fig.1 de [36], qui sur la base d'études linéaires calculent l'intensité relative des fluctuations, on voit que les modes de types interchange ITG (Ion Temperature Gradient Driven)² peuvent être caractérisés par $\delta B_{\perp}/B_{\theta} \sim 0.2\delta T_e/T_e$ et même dans certains régimes par $\delta B_{\perp}/B_{\theta} \sim 0.5\delta T_e/T_e$. D'autre part, expérimentalement, dans le cas particulier d'une oscillation de relaxation brutale du plasma (Edge Localized Mode de Type I au bord ou ELM I), il a été observé dans les tokamak ASDEX et DIII-D des niveaux de fluctuation $\delta B_{\perp}/B_{\phi} \sim 0.3\%$ lié à la génération de filaments de courants[130, 126], ce qui est peut-être une borne supérieure des niveaux de fluctuations magnétiques lors d'une décharge et en l'absence d'activité MHD claire ou de disruptions. En dehors de la période où l'ELM se développe, les niveaux de fluctuations de cette même décharge peuvent être seulement trois fois plus faibles, ce qui finalement amène encore à des niveaux de fluctuations magnétique $\delta B_{\perp}/B_{\perp} \leq 1\%$. Cela est pratiquement comparable à $\delta p/p$ et contraste avec les niveaux bien plus faibles obtenus par le passé, sur le tokamak ToreSupra par exemple[28]. Il en résulte que les fluctuations magnétiques semblent pouvoir jouer un rôle non négligeable dans le développement de la turbulence des plasmas dans les grands tokamaks et les régimes de confinements améliorés (modes H, etc). Néanmoins, nous ne considérerons pas spécifiquement la physique des ELMs. Durant ces événements le spectre des fluctuations est très étendu et la physique est riche et complexe. Les

2. Il faut rappeler que les particules à l'origine de la pression du plasma et de ces fluctuations sont chargées et tendent donc à rester au voisinage d'une ligne de champ magnétique. C'est l'essence du procédé de confinement. Dans l'estimation de la perturbation de l'équilibre des forces (2.1.2), on ne met pas en évidence un mécanisme important lié à la courbure des lignes de champs magnétiques d'équilibre. Suivant la position d'une fluctuation de pression, cette courbure peut soit accélérer, soit freiner la tendance de cette fluctuation à s'échapper du voisinage de la ligne de champ sur laquelle elle se trouve. Cette classe d'instabilités est dite d'interchange magnétique. La nature des fluctuations qu'elle génère (linéairement), électrostatique ou électromagnétique, est inaccessible dans l'ordering car ce dernier mesure le niveau des fluctuations dans la phase où la turbulence est déjà développée. L'énergie des fluctuations s'accumule préférentiellement, éventuellement par transfert, sous forme électrostatique lorsque la turbulence se développe. On parle de turbulence électrostatique. L'ITG est une instabilité qui fait partie de la classe des instabilités d'interchange et résulte de la présence d'un gradient de la température ionique suffisamment fort qui, combiné à l'effet de la courbure magnétique, réduit le confinement du plasma.

ELMs peuvent être à l'origine d'îlots magnétiques mais il n'est pas simple de discriminer les différents mécanismes en jeu.

2.1.2. Impact de l'activité MHD sur la micro-turbulence. En présence d'un événement MHD, on peut avoir $\delta B_{\perp}^{\text{MHD}}/B_{\perp} \geq 1\%$ [143] sans que cela n'entraîne des disruptions. $\delta B_{\perp}^{\text{MHD}}$ désigne les fluctuations d'énergie aux grandes échelles MHD. Il en résulte que si une faible fraction de ces fluctuations d'énergie est transférée aux petites échelles, l'impact sur la turbulence devrait être relativement drastique. En général, dans ces situations on ne s'intéresse pas à ces questions car l'objectif est plutôt de contrôler l'activité MHD qui est bien plus problématique pour maintenir la décharge. Néanmoins, il a été observé dans le tokamak FTU des modes à hautes fréquences (entre 30 et 70kHz) qui sont nourris énergétiquement par un îlot 2/1 via un couplage non-linéaire [13]. Dans le tokamak brésilien TCABR, il a été aussi observé l'existence d'un fort couplage non linéaire entre les fluctuations électrostatiques et magnétiques [49]. Il faut préciser que les décharges du tokamak brésilien se caractérisent en général par l'imposition d'une tension de polarisation dans la zone du bord qui amplifie le niveau des fluctuations magnétiques (mais pas seulement, voir plus bas le tokamak HT-7) : En moyennant sur des temps caractéristiques des fluctuations turbulentes, il est mesuré typiquement $\delta B_{\theta}/B_{\theta} \sim 0.1\%$. Cependant, ce même type de décharge se caractérise aussi par des oscillations magnétiques MHD au bord très irrégulières où $\delta B_{\theta}/B_{\theta} \lesssim 1\%$ [21] (Ceux ne sont pas des ELMS dans leur cas). On voit ainsi que l'hypothèse intrinsèque à la turbulence électrostatique d'une séparation d'échelles spatio-temporelles n'est pas forcément valide.

2.1.3. Une question ouverte : Interactions entre fluctuations turbulentes et physique MHD. Nous venons de voir que les niveaux de fluctuations turbulentes ne sont pas nécessairement faibles et/ou fortement négligeables comparés aux niveau MHD. On peut se demander si la dynamique des grandes échelles MHD, et en particulier celle des îlots magnétiques, est impactée par la turbulence petites échelles ? On peut en particulier envisager qu'un effet dynamo, transformant l'énergie des petites échelles (thermique, cinétique ou même magnétique) en énergie magnétique pour les grandes échelles puisse se produire et influencer la dynamique MHD des grandes échelles. Des mécanismes de couplages, de cascades spectrales inverses moyennées sur les lentes échelles MHD peuvent être à l'œuvre.

En fait nous verrons, par le biais de simulations numériques que, de façon encore plus élémentaire, des mécanismes de battement direct des petites échelles vers les grandes échelles, liés aux symétries des équations qui régissent la dynamique du plasma, jouent un rôle important et contribuent à ce que la turbulence influence la dynamique MHD des grandes échelles. Avons-nous des signatures de tels mécanismes d'un point de vue expérimental ? Plus généralement, quel est le niveau d'intrication, expérimentalement observé, entre les fluctuations turbulentes, les NTM et la MHD ?

2.2. Îlots magnétiques et turbulence : Quel niveau d'intrication d'un point de vue expérimental ?

Des limitations expérimentales importantes. Comprendre l'origine des NTM, nous l'avons vu, revient à se focaliser sur la physique des graines d'îlot, puisque dès qu'une certaine taille critique est dépassé, le courant de bootstrap va les amplifier. D'un point de vue expérimental c'est une tâche ardue car les diagnostics, par exemple de détection des îlots et/ou de reconstitution de profils de q , se font en moyennant les quantités typiquement sur le centimètre qui est non seulement l'échelle des tailles critiques d'îlots graines et mais aussi est comparable à celles à partir de laquelle les profils de température et de densité s'aplatissent.

En outre, expérimentalement, il n'existe pas de diagnostic permettant de mettre en évidence des couplages de modes entre les échelles de la micro-turbulence et celles de la MHD. Différentes parties du spectre, via des diagnostics différents et dont les plages spectrales ne se recoupent pas, sont en pratique analysées. On ne peut construire un spectre en nombre d'onde pour une quantité donnée englobant l'ensemble des échelles d'intérêt. Ainsi par exemple la réflectométrie Doppler permettra de reconstruire un spectre en fluctuation de densité pour $0.1 < k_{\perp}\rho_s < 20$ qui est d'ailleurs retrouvé numériquement par le biais de simulations gyrocinétiques[20]. D'un autre côté, on pourra via des mesures d'émission ECE (électron cyclotron emission) ou des fluctuations magnétiques au niveau des bobines de Mirnov, établir un spectre des fluctuations temporelles magnétiques entre 10 et 80 kHz et pour des nombres d'onde poloïdaux ne dépassant guère $m = 8$, soit typiquement $k_{\perp}\rho_s = m\rho_s/r_s < 0.01$. Un îlot correspond à $k_{\perp}\rho_s \approx 10^{-3}$. Il convient d'ajouter que les îlots graines des NTM correspondent à des extensions *radiales* qui sont justement, approximativement dans la plage intermédiaire $k_{\perp}\rho_s \lesssim 0.1$. Lorsqu'ils sont plus

larges des effets de types courant de bootstrap vont prendre le pas et les échelles turbulentes devenant petites par rapport à leur taille vont avoir moins d'influence. Lorsqu'ils sont plus fins, il n'est probablement pas évident de décorrélérer les notions de fluctuations turbulentes de celles d'îlots magnétiques. Il est donc aujourd'hui difficile d'aborder expérimentalement la question du couplage entre îlot et turbulence.

Un faible nombre d'études à disposition. Il existe néanmoins un faible nombre d'études mettant en évidence des effets de couplage entre îlots et turbulence. Une revue des résultats expérimentaux liés à ces questions est présentée en annexe 7.5. Pour des questions de droits d'auteurs, les figures des articles associées n'y sont pas présentes, ce qui limite la lisibilité. Il s'agit cependant de questionner des résultats expérimentaux dans le contexte qui nous intéresse et d'inviter le lecteur intéressé à la lecture des articles mentionnés. Il faut souligner qu'il n'existe pas de telle revue dans la littérature actuelle et son principal mérite est peut-être de rassembler ces résultats. L'objectif de cette petite revue est aussi de simplement mieux cerner la situation expérimentale : type d'expériences, résultats, limitations. Elle ne saurait remplacer la lecture des articles qui contiennent des figures et des analyses détaillées.

Cette annexe permet de souligner, dans un premier temps, les quelques liens observés, notamment avec le tokamak TEXT, entre les îlots et la turbulence. Il s'agit de regarder dans quelle mesure, expérimentalement, turbulence et îlots se perturbent mutuellement ; étant entendu, d'une part, que les mécanismes liés au courant de bootstrap n'y sont pas forcément négligeables, voire sont dominants et d'autre part, que les îlots ne sont plus à proprement parler des graines : potentiellement le rôle de la turbulence dans la dynamique d'un îlot est de ce fait affaibli. Nous nous arrêtons aussi sur une situation où l'aplatissement des profils de température et densité est imparfait et mal compris. Nous verrons au chapitre 4 qu'il s'agit éventuellement d'un effet de la turbulence.

Dans un second temps, dans la section 7.6 de l'annexe, nous regardons les mécanismes de couplages de modes sur des plages de fréquences ou nombres d'onde réduits ($m < 10$), puisque il n'y a pas de mesures sur des spectres en fréquence plus large. Il en ressort que les couplages et les chaînes de couplages sont finalement assez banaux et interviennent dans de nombreuses situations. Cela indique que, à priori, il n'y a pas de raisons pour qu'ils ne soient pas

présents à d'autres échelles et couplent éventuellement îlots graines et turbulence de façon non négligeable. Leur non observation serait simplement liés à des limitations expérimentales. Dans nos expériences numériques des chapitres 4 et 5, nous l'avons déjà signalé, nous reviendrons sur le rôle des interactions non linéaires et montreront l'existence de couplages et de chaînages dans les mécanismes d'interactions entre îlots et turbulence.

2.3. Discussion

Les modes turbulents dans les tokamaks sont caractérisés par des grandes valeurs de (m, n) et une hélicité bornée, typiquement

$$(2.3.1) \quad \frac{m}{n} \in [q_{\min}, q_{\max}] \approx [1, 5] .$$

Autrement dit le mode (m, n) est dans le secteur de résonance défini par (2.3.1). On ne considérera donc pas la physique au niveau de la dernière surface magnétique fermée ($r \rightarrow a^-$) où $q \rightarrow +\infty$ lorsque la configuration magnétique d'équilibre présente un point X.

Les résultats expérimentaux suggèrent que des modes turbulents pourraient par couplage impulser la génération d'un mode aux grandes échelles, i.e. à nombres d'onde de faibles valeurs et de basse rationalité. Considérons plus précisément cette possibilité :

- La turbulence est entretenue par la présence de modes instables qui sont, par essence, résonants et donc satisfaisant (2.3.1). Nonlinéairement ils ne nourrissent efficacement, d'un point de vue énergétique, qu'un faible nombre de modes, ceux sont qui se trouvent dans le secteur de résonance. En effet si deux modes (m_i, n_i) avec $i = 1, 2$ sont dans le secteur alors nécessairement le couplage génère un mode (m, n) tel que $(m_1, n_1) \pm (m_2, n_2) = (m, n)$ et donc encore situé dans le secteur de résonance. Pour que le couplage soit efficace, il faut néanmoins que les structures spatiales des modes se recoupent et que leur surfaces de résonance $r_s(q)$ ne soient pas éloignées les unes des autres. Il faut aussi qu'il se produise un accrochage en fréquences (synchronisation des modes), sinon statistiquement, il n'y a pas de raison que le transfert d'énergie soit efficace. Plus globalement, néanmoins, plus le mode (m, n) est de faible rationalité, plus il existe de modes pouvant potentiellement le nourrir : En effet, moins m/n est faiblement rationnel, moins il existe de modes (m_i, n_i) tels que $(m_1, n_1) + (m_2, n_2) \rightarrow (m, n)$

pour des valeurs *maximales* de m_i et n_i fixées [27]. On peut donc s'attendre à ce que les modes de faibles rationalités soient favorisés au bout du processus.

- D'autre part, de nombreux modes turbulents sont proches, se superposent donc spatialement naturellement. Le couplage sera donc effectif si suffisamment d'accrochages en fréquences (synchronisation des modes) et nombres d'ondes se produisent. L'existence d'une turbulence petites échelles est bien observée expérimentalement à travers des spectres caractéristiques[20] et montre que les accrochages sont quelques choses de relativement commun à ces échelles.
- Aux grandes échelles, on vient de voir que le couplage de modes est naturel en dépit de la relative séparation des surfaces faiblement rationnelles résonantes.

Dans quelle mesure, quantitativement, la turbulence pourrait néanmoins générer un NTM reste une question ouverte que nous aborderons aux chapitres 4 et 5, en analysant des simulations numériques.

D'un point de vue expérimental, soulignons à nouveau, qu'il est relativement complexe à priori de mettre en évidence des couplages de modes turbulents et MHD. L'analyse bi-spectrale se heurte en particulier à des problèmes de résolution. Par exemple, dans [111], la précision pour effectuer une analyse bi-spectrale est limitée par la résolution en fréquence du signal qui est de l'ordre du kHz et par la fréquence et les nombres d'ondes maximaux accessibles. L'objet des simulations numériques est donc de suppléer aux limites expérimentales en étudiant des spectres allant des échelles de la microscopiques aux larges échelles

Dans les chapitres 4 et 5, nous nous focaliserons sur la physique des graines d'îlot, en nous appuyant sur des simulations numériques. Il s'agit d'une part de démontrer que l'apparition de ces graines peut être liée à la turbulence. Nous retrouverons certains des mécanismes de couplage exposés dans ce chapitre. Nous mettrons aussi en évidence une signature spécifique aux îlots générés par la turbulence, l'idée étant de permettre à terme de montrer leur existence expérimentalement. D'autre part, nous verrons que la génération de graines d'îlot par la turbulence est dans une certaine mesure compatible avec l'observation déjà mentionnée qu'aucun précurseur préalable à leur observation ne soit détecté. Enfin, par extrapolation à des

paramètres expérimentaux, nous montrerons que les tailles des îlots graines générés par la turbulence peuvent être comparables à celles nécessaires pour générer un NTM. Pour cela nous allons nous appuyer sur une famille de modèles fluides dont la dérivation est l'objet du prochain chapitre.

Îlots magnétiques et turbulence : construction d'un modèle fluide¹

Il convient d'effectuer un propos liminaire qui inscrit le cadre de ce travail : Les différentes instabilités microscopiques présentes dans un plasma de tokamak sont en essence des modes de type interchange dans un bain d'ondes de dérives. En effet, d'une part, elles sont toutes caractérisées par l'existence d'un gradient critique L_{∇_c} au-delà de laquelle l'instabilité se développe. Ces instabilités sont les TEM ou Trapped electron modes ($L_{\nabla_c} = L_{\nabla_{n_c}}$), les ETG ou Electronic Temperature Gradient modes ($L_{\nabla_c} = L_{\nabla_{T_{ec}}}$), les ITG ou Ion Temperature Gradients modes ($L_{\nabla_c} = L_{\nabla_{T_{ic}}}$). D'autre part, lorsqu'on est bien au dessus du seuil d'instabilité, les différentes branches des instabilités se combinent et le taux de croissance commun est de la forme[46]

$$(3.0.1) \quad \gamma_{\text{int}}^2 = f_t \omega_{de} \omega_{pe}^* + \omega_{di} \omega_{pi}^* \propto c_s^2 / (RL_{\nabla}) ,$$

où $\omega_{ps}^* = k_{\theta} v_{ps}^*$ et $\omega_{ds} = 2\lambda_s k_{s\theta} v_{ds}$ désignent respectivement les fréquences diamagnétiques et de dérive verticale², f_t est la fraction d'électrons piégés. Au coeur d'un tokamak, où le gradient de densité est en général plus faible que celui de la température, les ITG auront tendance à dominer. Lorsque le gradient de densité domine celui de la température, les TEM et donc les électrons piégés pourront jouer un rôle important. Au bord, c'est à dire pour une décharge standard typiquement là où $q(r) > 2.5$, on a aussi des modes de ballonnement, toujours de type interchange ($L_{\nabla_c} = L_{\nabla_{p_c}}$) mais globaux : la courbure des lignes de champs induit un couplage linéaire des modes de Fourier voisins. Plus précisément le mode (m, n) génère des modes $(m \pm 1, n)$ [6] avec des taux de croissance similaires, ce qui confère une structure non localisée aux modes pour un nombre d'onde n donné. Rappelons que la contrainte $\beta \ll 1$ dans les tokamaks est liée à la présence de ces modes, eux-même étant présent du fait de la courbure

1. Cette partie profite des nombreux échanges que j'ai eu avec N. Dubuit lors de sa rédaction.

2. Pour être complet en termes de définitions : $\lambda_e = 1/4 + 2s/3$ où $s = q'(r)/q(r)$ est le cisaillement magnétique, $\lambda_i = \langle \cos(\theta) + s\theta \sin(\theta) \rangle$ où les crochets indiquent une moyenne sur la structure poloïdale du mode. Enfin, $\mathbf{v}_{ps}^* = \mathbf{B} \times \nabla p_s / n_s e_s B^2$ et $v_{ds} = -2T_s / e_s B R$. En posant $c_{ss} = \sqrt{T_s / m_s}$, et en introduisant un rayon de Larmor fluide $\rho_{ss} = c_{ss} / \omega_s$, on a en fait $v_{ds} v_{ps}^* \sim 2c_s^2 \frac{\rho_{ss}^2}{RL_{\nabla}}$. Clairement ces instabilités sont liées à des effets de rayon de Larmor finis.

des lignes de champs, autrement dit du choix d'une configuration toroïdale pour le tokamak, les géométries plus simples n'ayant pas abouti par le passé et/ou jusqu'à présent. Au delà de la dernière surface magnétique fermée d'un tokamak, on a aussi des modes strictement de type interchanges ($L_{\nabla_c} = L_{\nabla_{n_c}}$). L'approche que nous choisissons donc est de ne pas spécifier la nature précise des instabilités qui induisent une turbulence microscopique mais de garder le caractère interchange des instabilités sous-jacentes qui génère cette turbulence. L'objectif du travail présenté maintenant est donc de qualitativement mettre en avant les mécanismes en jeu. Dans un premier temps nous allons présenter le modèle incluant les instabilités d'interchange, à l'origine de la turbulence aux petites échelles, et de déchirement magnétique³. Dans un second temps, au chapitre 4, nous prendrons le parti d'étudier cette interaction en géométrie slab⁴ et au voisinage *d'une seule* surface faiblement rationnelle. Nous regarderons des situations plus complexes au chapitre 5.

3.1. Équilibre magnétique dans un tokamak et approche fluide

Du fait des limitations intrinsèques à la configuration tokamak, en particulier des contraintes imposées pour limiter l'impact des modes de ballonnements sur le confinement des tokamaks, le régime de fonctionnement de ce dernier se situe à faible β . L'expression générale du champ

3. La dérivation des modèles fluides que nous allons utiliser dans ce manuscrit peut se faire selon différentes approches. Elles peuvent être retrouvée dans les thèses que j'ai co-encadré [89, 131, 104] mais aussi, par exemple, avec quelques variantes et des normalisations différentes, dans le mémoire [101] ou encore dans le modèle de Hazeltine intitulé "A four field model for tokamak plasma dynamics"[61]. L'objectif ici est de discuter un certain nombre de difficultés inhérentes à l'approche fluide. Cela rentre dans le cadre d'un travail en cours de généralisation des modèles que nous avons utilisés jusqu'à présent et de se diriger vers une approche ITG gyrofluide. L'aspect gyrofluide ne sera pas décrit ici. L'aspect ITG non plus dans la mesure où on prendra des températures ionique et électroniques constante.

4. **Géométrie slab :** Dans un tokamak, $(\hat{\mathbf{x}}, \hat{\mathbf{y}}, \hat{\mathbf{z}})$ sont *localement* les directions radiale, poloïdale et toroïdale. Il y donc une périodicité dans les deux dernières directions. On se place dans la situation où $\epsilon = r/R \sim r/R_0 \ll 1$. Formellement, $x = (r - r_s)/r_s$, $y/r_s = \theta$, $z/R_0 = \phi$ et au premier ordre en ϵ , on a donc $q = B_0 L_z / (B_y L_z)$ où $L_y = 2\pi r_s$ et $L_z = 2\pi R_0$.

magnétique prend alors de façon générique la forme⁵

$$(3.1.3) \quad \mathbf{B} = B_0 \mathbf{z} + \mathbf{z} \times \nabla \psi ,$$

où ψ et \mathbf{B} sont les flux et champ magnétiques. La dynamique de ψ se déduira de la loi d'Ohm combinée avec l'équation de Faraday. Pour cela, on considèrera la dynamique de phénomènes lents, i.e. de fréquence ω bien inférieure à la fréquence diamagnétique ionique et donc aussi électronique $w \ll \Omega_{ci} = eB/m_i = (m_e/m_i)\Omega_{ce}$. Nous utiliserons une approche fluide et supposons donc que les distributions microscopiques de vitesses sont essentiellement Maxwelliennes, chaque fluide étant proche d'un état d'équilibre thermodynamique local. Clairement, cela signifie de regarder une physique où

- (1) les temps caractéristiques sont grands devant les temps caractéristiques de collisions ou plutôt de déflexions des particules chargées par d'autres particules chargées $\tau_{ss'}$ entre les espèces s et s' ($\tau_{ss'} \partial_t \ll 1$). Dans un plasma magnétisé $\tau_{ee} \sim \tau_{ei} \sim \sqrt{m_e/m_i} \tau_{ii}$ [57].
- (2) les longueurs caractéristiques sont grandes devant les libres parcourt moyen $\lambda_s = c_s \min(\tau_{ss'})$ ($\lambda_s \nabla \ll 1$). Dans un plasma de tokamak qui est magnétisé,

5. Expression du champ magnétique à faible β : La composante principale du champ magnétique d'équilibre est le champ magnétique toroïdal produit par les courants des bobines externes poloïdales. En calculant la circulation du champ magnétique le long d'un contour circulaire toroïdal, on a $\mu_0 \oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 \oint B_\phi(R) dl = 2\pi R \mu_0 B_\phi(R) = \mu_0 \int \nabla \times \mathbf{B} dS = I_T$ où I_T est le courant total et imposé circulant dans les bobines. Comme $R = R_0 + r \cos \theta$, au premier ordre en ϵ , $B_\phi \sim 1/R_0(1 - \epsilon \cos \theta)$. En géométrie cylindrique ou slab, on néglige par construction la courbure toroïdale du champ magnétique, ce qui revient à écrire $B_\phi = B_z = I_T/(2\pi\mu_0 R_0) \equiv B_0 = \text{Cte}$.

En outre, les régimes de fonctionnement de tokamak sont tels que le contenu énergétique est dominé par le champ magnétique toroïdal $\rho v^2 \sim p_{tot} \sim B_\perp^2/\mu_0 \ll B_z^2/\mu_0$ [7]. Cela signifie $\beta \equiv p_{tot}/(B^2/2\mu_0) \ll 1$. En écrivant que la pression magnétique compense et/ou est du même ordre de grandeur que la pression thermique le long de la ligne de champ, on a que les fluctuations magnétiques satisfont à $\delta B_z \sim \mu_0 p_{tot}/B_z \ll B_z$. Autrement dit, la dynamique des fluctuations temporelles des fluctuations magnétiques parallèle est négligeable en première approximation : $B_z = B_0$. $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ impose alors, en géométrie slab ou cylindrique, qu'il existe ψ tel que

$$(3.1.1) \quad \mathbf{B} = B_0 \mathbf{z} + \mathbf{z} \times \nabla \psi .$$

Pour que cela soit cohérent avec l'évolution dynamique du champ magnétique, il faut que à tout instant, $1 \gg \delta B_z/B_\perp = q\epsilon^{-1} \delta B_z/B_z$; Autrement dit cela suppose que $\delta B_z/B_z \sim \epsilon^2$. On notera que q étant de l'ordre de l'unité, on a aussi l'ordering $B_\perp/B_z \sim \epsilon$. En introduisant la vitesse d'Alfvén toroïdale $V_a = B_0/\sqrt{\mu_0 \rho_0}$, l'ordering énergétique précédent donne aussi $v/V_a \sim \epsilon$, $p/\rho_0 V_a^2 \sim \epsilon^2$. Cela correspond donc à des régimes dit de faible β toroïdal i.e. où $\beta \sim \epsilon^2$.

En géométrie torique, à faible β , le même raisonnement implique que les fluctuations relatives de B dans la direction $\hat{\phi}$ sont aussi d'ordre ϵ^2 et donc négligeables. Comme en outre, en prenant en compte la variation en $1/R$ de $B_{\phi, \text{eq}}$, puisque $\nabla \cdot \mathbf{B} = R^{-1} \partial_R(R B_\phi) + \nabla_\perp \phi \cdot \mathbf{B}_\perp$, on a encore en négligeant les variations dynamiques à l'ordre deux en ϵ ,

$$(3.1.2) \quad \mathbf{B} = B_{\phi, \text{eq}} \hat{\phi} + \hat{\phi} \times \nabla \psi .$$

on a $\lambda_s/\rho_s = \Omega_{cs}\tau_s \gg 1$. Plus précisément, un tel plasma est par essence faiblement collisionnels et pour $n \in [10^{19}, 10^{20}] \text{m}^{-3}$, $B \in [2, 5] \text{T}$, $T_e \in [100, 10^4] \text{eV}$, on a $\Omega_{ci}\tau_i \gg \Omega_{ce}\tau_e \geq 10^5$. Nous allons voir que la vitesse *fluide* typique du plasma de tokamak est de l'ordre de $v_\perp \sim \delta c_s \ll c_s$ (cf. la note 7), et par conséquent sur un temps de collision/déflexion caractéristique, la particule fluide aura parcouru une distance $x_{\tau_{ss'}} \sim \delta \rho_s \Omega_{cs}\tau_s \gg \rho_s$. Ainsi, une particule fluide chargée parcourt sur un temps de déflexion/collision une distance bien supérieure à ρ_s et bien inférieure à λ_s . Elle a en même temps effectué sur ce même temps $\tau_{ss'}$ un grand nombre de girations puisque $\Omega_{cs}\tau_s \gg 1$. On peut donc attendre un effet statistique lié aux girations sur les temps supérieurs à $\tau_{ss'}$ pour les particules fluides, dans la mesure où on suppose qu'on peut définir une particule fluide. Si tel est le cas, la longueur caractéristique liée aux fluctuations statistiques d'un ensemble de particules *élémentaires* dans la direction orthogonale au champ magnétique n'est alors naturellement plus λ_s mais ρ_s , le rayon de Larmor fluide.

- (3) Lors des girations, la trajectoire des particules est impactée par les fluctuations locales (de l'ordre de ou infra ρ_s) des champs électromagnétiques, de températures, etc. La prise en compte de ces micro-fluctuations revient à sortir de l'approche fluide du plasma car elle questionne l'existence d'une distribution Maxwellienne des vitesses parallèle et perpendiculaire des particules. Les instabilités typiques des plasmas (ITG, ballooning ou ballonnement, interchange) se produisent néanmoins à des échelles de l'ordre de quelques rayons de Larmor ioniques *fluides*, i.e. quelques ρ_s . Supposer la validité de l'approche fluide dans ces conditions revient d'une certaine façon à dire que les micro-fluctuations des particules élémentaires sur leurs gyro-orbites - qui effectuent en moyenne statistique un grand nombre de rotation sur un intervalle de temps $T = 1/\partial_t \gg \tau_{ss'} \gg \Omega_{cs}^{-1}$ - ont un impact nul ou de type diffusif sur les particules fluides, qui sont elles constituées d'un grand nombre de particules élémentaires ($n\rho_s^3 \gg 1$). Un effet diffusif peut en effet être attendu dans la mesure où ces fluctuations font osciller aléatoirement la courbure de giration des particules élémentaires un très grand nombre de fois aux échelles temporelles attendues. Le développement de codes gyrocinétiques pour l'étude de la Turbulence depuis 15 ans permettent avec le recul de voir que l'approche fluide permet de mettre en évidence et de comprendre de nombreux mécanismes

(bien-sûr pas l'effet Landau ou encore la génération d'écoulement zonal par la turbulence...), mais fait défaut lorsqu'on essaye d'être quantitatif, notamment, pour ce qui concerne les propriétés du transport dans un tokamak.

- (4) Négliger l'impact des fluctuations locales des champs aux échelles de quelques ρ_s ou infra- ρ_s ne signifie pas négliger systématiquement la dynamique aux échelles ρ_s ; en particulier la giration des particules *fluides* chargées dans un champ magnétique implique des mécanismes de dérives orthogonalement au champ magnétique de ces dernières dès qu'une force *fluide* est présente (cf. la section 3.2 ci-dessous). Ce mécanisme n'est que la manifestation statistique du même mécanisme qui existe pour les particules individuelles élémentaires. Par conséquent, dans la direction perpendiculaire au champ magnétique, le rayon de Larmor fluide devrait être substitué au libre parcourt moyen : $\lambda_s \nabla_{\parallel} \ll 1$ et $\rho_s \nabla_{\perp} \lesssim$ quelques unités, étant entendu/supposé que les fluctuations statistiques discutées au points précédents ont un impact marginal ou de type diffusif.

Nous quantifions maintenant les différentes forces exercées sur les fluides d'électron et d'ions d'un plasma magnétisé et qui dominent les dynamiques dans cette plage de fréquences.

3.2. Échange de quantité de mouvement entre fluides et vitesses de dérive dans un tokamak

$$(3.2.1) \quad m_e n \frac{d\mathbf{v}_e}{dt} = -en(\mathbf{E} + \mathbf{v}_e \times \mathbf{B}) - \nabla p_e + \mathbf{R}_e - \nabla \cdot \pi_e ,$$

où \mathbf{R}_e est le terme d'échange de quantité de mouvement avec les ions et $\pi_e = \mathbf{p} - p\mathbf{I}$ le tenseur de viscosité, *i.e.* la partie non scalaire du tenseur de pression. De façon similaire pour les ions, on a

$$(3.2.2) \quad m_i n \frac{d\mathbf{v}_i}{dt} = en(\mathbf{E} + \mathbf{v}_i \times \mathbf{B}) - \nabla p_i + \mathbf{R}_i - \nabla \cdot \pi_i .$$

D'une part, dans le cas d'un plasma magnétisé, $\Omega_{ci}\tau_i \gg 1$ et $\Omega_{ce}\tau_e \gg 1$, les équations de Braginskii [10]⁶ donnent

$$(3.2.3) \quad \mathbf{R}_e = -\mathbf{R}_i = en(\eta_{\parallel}\mathbf{j}_{\parallel} + \eta_{\perp}\mathbf{j}_{\perp}) - 0.71n\nabla_{\parallel}T_e - 1.5(\Omega_{ce}\tau_e)^{-1}n\hat{\mathbf{b}} \times \nabla_{\perp}T_e .$$

η_{\parallel} et $\eta_{\perp} = 0.51\eta_{\parallel} = 0.51m_e/(ne^2\tau_e)$ sont les résistivités dans les directions parallèle et perpendiculaires au champ magnétique, τ_e et τ_i les temps caractéristiques de collisions des électrons et des ions. Les deux derniers termes dans (3.2.3) sont négligeables : d'une part, on considérera un plasma isotherme (températures des ions et des électrons constantes) et par conséquent, on sera amené à prendre $T_e = \text{Cte}$. D'autre part, le régime de fonctionnement d'un tokamak est à faible β et $en\eta j/(1.5(\Omega_{ce}\tau_e)^{-1}n\nabla_{\perp}T_e) \sim \beta L_{\nabla B}/L_{\nabla T} \sim \beta$. La résistivité η a été évaluée en prenant la formule de Spitzer [57].

En effectuant $\mathbf{B} \times (3.2.1)$, on a alors que la vitesse perpendiculaire au champ magnétique pour les phénomènes lents est une somme de vitesses de dérives

$$(3.2.4) \quad \mathbf{v}_{\perp,e} = \mathbf{v}_E + \mathbf{v}_{\text{dia},e} + \mathbf{v}_{\mathbf{R}_e} + \mathbf{v}_{\pi_e} + \mathbf{v}_{\text{pol},e} .$$

$\mathbf{v}_E = B^{-2}\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ est la vitesse de dérive électrique, $\mathbf{v}_{\text{dia},e} = (en)^{-1}B^{-2}\nabla\mathbf{p}_e \times \mathbf{B}$ est la vitesse diamagnétique électronique, $\mathbf{v}_{\text{pol},e} = m_e e^{-1}B^{-2}\mathbf{B} \times d\mathbf{v}_e/dt$ la vitesse de polarisation électronique. On a aussi à faible β et température électronique constante (ce que nous supposons plus loin), $\mathbf{v}_{\mathbf{R}_e} = \eta B^{-2}\mathbf{B} \times \mathbf{j}$ et $\mathbf{v}_{\pi_e} = (en)^{-1}B^{-2}\nabla \cdot \pi_e \times \mathbf{B}$. L'importance relative de ces vitesses dites de dérive dépend de la hiérarchie dans laquelle nous nous situons⁷. L'introduction d'une hiérarchie

6. Voir <http://farside.ph.utexas.edu/teaching/plasma/lectures1/node35.html> pour une présentation didactique des équations de Braginskii

7. Hiérarchies MHD et de Dérive :

À ce stade, il faut préciser les vitesses caractéristiques V de la dynamique étudiée. On pourra trouver une discussion détaillée de cette quantification, en partant des équations de Fokker-Planck qui régissent la dynamique des distributions de particules dans [62]. De façon synthétique, on introduit le paramètre $\delta_{e,i} = \rho_{e,i}/L \ll 1$ où $\rho_{e,i} \equiv \rho_e$ ou ρ_i est le rayon de Larmor fluide de l'espèce considérée. On peut aussi introduire $\delta = \rho_s/L$ où $\rho_s = \sqrt{T_e/m_i}$ et L une longueur caractéristique du plasma, par exemple de gradient de pression. Écrire $\delta \ll 1$ ne suffit pas pour obtenir une hiérarchie qui permette d'évaluer l'importance relative de différentes contributions physiques. C'est en particulier le cas pour évaluer v_{dia}/v_E .

- Soit on considère que

$$(3.2.5) \quad v_E/c_s \sim \delta \text{ (Hiérarchie de Dérive ou "Drift ordering") ,}$$

ce qui signifie aussi que V , v_{dia} et v_E sont comparables aux échelles MHD puisque $v_{\text{dia}}/v_E \sim \delta^{-1}c_s/v_E \sim L/L_{\nabla P_e} \sim 1$. Combiné avec (3.2.5), cela implique aussi que $w/\Omega_{ci} \sim \delta^2$. Autrement dit, dans ce cas la vitesse de dérive électrique ne domine pas la dynamique et les variations temporelles brutales du champ magnétique et autres quantités ne peuvent se produire. Clairement, puisque la vitesse de polarisation électronique satisfait

s'effectue au travers de l'introduction de petit(s) paramètre(s), en particulier $\delta = \rho_s/L_\nabla \ll 1$ où L_∇ est une longueur de gradient caractéristique de l'équilibre. Cela permet de borner les conditions de validité des approximations effectuées. En effet, comme $v_{\text{pol},s}/v_\perp \sim (m_s/m_i)(\omega/\Omega_{ci})$ et $v_{\text{dia},e}/v_E \sim (\rho_s/L)(c_s/V) = (\rho_s/L)^2(\Omega_{ci}/\omega)$, on voit que l'importance de ces vitesses dépend des fréquences et longueurs caractéristiques considérées. ($L, V = wL$) sont les longueurs et vitesses caractéristiques de la dynamique étudiée. Dans un tokamak moderne qui se caractérise par des régimes où les instabilités les plus problématiques, en particuliers aux grandes échelles, sont partiellement contrôlées, la hiérarchie de dérive est pertinente. L'adéquation de cette hiérarchie est discutée dans l'annexe 7.4. Il en ressort néanmoins que la vitesse de polarisation électronique est négligeable et qu'il est pertinent de ne pas négliger les effets résistifs dans la loi d'Ohm, même si $v_{Re}/v_E \ll 1$ pour un plasma faiblement collisionnel.

La vitesse perpendiculaire des ions est donné par la somme des vitesses de dérives des ions de façon similaire à l'équation (3.2.4) ($Z = e$ au lieu de $-e$, p_e est remplacé par p_i dans la vitesse diamagnétique notée $\mathbf{v}_{\text{dia},i}$), le terme de friction entre les électrons et les ions dans l'équation de mouvement des ions satisfaisant $\mathbf{R}_i = -\mathbf{R}_e$:

$$(3.2.7) \quad \mathbf{v}_{\perp,i} = \mathbf{v}_E + \mathbf{v}_{\text{dia},i} + \mathbf{v}_{\mathbf{R}_i} + \mathbf{v}_{\pi_i} + \mathbf{v}_{\text{pol},i} .$$

La vitesse de dérive de polarisation ionique est d'ordre $(\omega/\Omega_{ci})v_{\perp,i}$. Dans le cadre de la hiérarchie de dérive, on a les vitesses de dérives dominantes $v_E \sim (T_e/T_i)v_{\text{dia},i} \sim v_{\text{pol}}/\delta^2$. Le rôle du tenseur de pression et son impact en termes de vitesses de dérive nécessite une discussion spécifique.

à $v_{\text{pol},e}/v_E = (m_e/m_i)(w/\Omega_{ci}) \sim \delta^2/60$, elle peut être négligée. Négliger la vitesse de polarisation ionique est plus délicat puisque d'une part, $v_{\text{pol},i}/v_E \sim \delta^2$ et d'autre part, il s'agit du terme de réponse temporelle à une distribution de vitesse de dérives dominantes donnée. La réponse liée aux propagations d'ondes de dérives est lente puisque pour une longueur d'onde donnée k , la réponse en fréquence est $\omega_{\text{réponse}} \sim v_{\text{pol},i}/v_E(\omega_{E \times B} + \omega_e^*)$ (voir l'annexe 7.3), soit encore $w_{\text{réponse}}/\Omega_{ci} \sim \delta^4$. Les instabilités de type interchange imposent, aux longueurs d'ondes où elles se développent (voir l'annexe 7.4), une réponse beaucoup plus brutale $w_{\text{réponse}}/\Omega_{ci} \sim \delta$ mais à des échelles spatiales bien inférieures aux échelles MHD.

- Soit on considère que

$$(3.2.6) \quad v_E/c_s \sim 1 \text{ (Hiérarchie MHD) ,}$$

et alors $V \sim v_E \sim c_s$, $v_{\text{dia}}/v_E \sim \delta$ et $w/\Omega_{ci} \sim \delta$ aux échelles MHD. Dans ce cas la vitesse de dérive électrique domine la dynamique avec des niveaux de perturbations bien plus importants que dans l'hypothèse d'une hiérarchie de dérive. La hiérarchie MHD est particulièrement pertinente lorsqu'on s'intéresse à des mécanismes violent de modifications de dynamique, de reconnexion rapide en milieu astrophysique par exemple.

3.3. Tenseur de pression

L'expression générale de la partie non scalaire du tenseur de pression est complexe [10] : La théorie standard est celle de Braginskii, où le tenseur est un opérateur linéaire sur v_s . Elle souffre d'un défaut de validité dans la limite non collisionnelle. Avant d'évoquer cet aspect, rappelons ce qu'elle implique :

- Pour un fluide chargé non magnétisé $-\nabla \cdot \pi_s = \nu_s^{B=0}(\Delta v_s + \nabla(\nabla \cdot v_s)/3)$ (par souci de simplicité on a supposé $\nu_s = \text{Cte}$). Autrement dit, il s'agit du terme visqueux avec une viscosité $\nu_s^{B=0} = a_s n T_s \tau_{ss} = a_s \tau_{ss} p_s$. Pour les ions $a_i = 0.96$ et les électrons $a_e = 0.73$.

- Pour un fluide magnétisé, on pose $\eta_{s0} \equiv \nu_s^{B=0} \equiv \nu_{s\parallel}$, $\eta_{s1} = n T_s / (\Omega_{ci}^2 \tau_s)$ et $\eta_{s2} = n T_s / (\Omega_{ci})$. On définit le tenseur de cisaillement $W_{s\alpha\beta} = \partial_\alpha v_{s\beta} + \partial_\beta v_{s\alpha} - 2/3 \delta_{\alpha\beta} \nabla \cdot \mathbf{v}_s$. On a alors que les éléments du tenseur symétrique π_s sont de combinaisons linéaires des éléments de W_s et des viscosités $\eta_{s[0-2]}$. On peut alors vérifier que⁸ :

a) $\pi_e \ll \pi_i$

b) la partie dominante du tenseur de pression est diagonale : $-\nabla p - \nabla \cdot \pi_{s0} = -\nabla_\perp p - \nabla_\parallel p$. En fait $p - p_\perp$ est proportionnel à $\nu_{s\parallel}$.

c) Il existe une composante gyrovisqueuse indépendante de la fréquence de collisions τ_s^{-1} mais d'un facteur $1/(\Omega_{cs} \tau_s) \ll 1$ plus faible que la partie diagonale. Elle est de la forme $-\nabla \cdot \pi_{s1,\perp} = \nabla \cdot (\nu_{s\perp} \nabla \mathbf{v}_\perp)$.

d) la viscosité est drastiquement réduite dans la direction orthogonale au champ magnétique : $-\nabla \cdot \pi_{s2,\perp} = \nabla \cdot (\nu_{s\wedge} \hat{\mathbf{b}} \times \nabla \mathbf{v}_\perp)$ avec $\nu_{s\parallel} \gg \nu_{s\wedge} \gg \nu_{s\perp}$.

8. On a en fait $\eta_{e[1-2]}/\eta_{i[1-2]} \lesssim m_e/m_i \ll 1$ mais aussi $\eta_{e1}/\eta_{i1} \lesssim \sqrt{m_e/m_i} \ll 1$, ce qui donne $\pi_e \ll \pi_i$. La partie proportionnelle à η_{s2} est indépendante de τ_s et par conséquent reste non nulle en l'absence des collisions. Néanmoins, puisque $\eta_{s2}/\eta_{s0} \approx 1/(\Omega_{cs} \tau_s) \ll 1$ pour un plasma de tokamak et $\eta_{s1}/\eta_{s0} \approx 1/(\Omega_{cs} \tau_s)^2$, la partie dominante du tenseur π_s est celle proportionnelle à η_{s0} et est diagonale : En supposant la direction 3 parallèle au champ magnétique dans un repère local, on a $\pi_{s0} = -\eta_{s0} \text{diag}(W_{11} + W_{22}, W_{11} + W_{22}, W_{33})$. En notant $p - p_\perp = \nu_{s\parallel}(\partial_1 v_1 + \partial_2 v_2 - 2\partial_3 v_3)/3$, la dernière identité peut s'écrire aussi $\pi_{s0} = \text{diag}(p - p_\perp, p - p_\perp, p - p_\parallel)$ avec $3p = 2p_\perp + p_\parallel$. On a alors $-\nabla p - \nabla \cdot \pi_{s0} = -\nabla_\perp p - \nabla_\parallel p$.

Un résultat remarquable est que la viscosité est drastiquement réduite dans la direction orthogonale au champ magnétique : en supposant $\partial_\parallel \ll \partial_\perp$ et en posant $\nu_{s\perp} = \eta_{s1}$, $\nu_{s\wedge} = \eta_{s2}$, les termes visqueux et non collisionnels s'écrivent respectivement $-\nabla \cdot \pi_{s1,\perp} = \nabla \cdot (\nu_{s\perp} \nabla \mathbf{v}_\perp)$ et $-\nabla \cdot \pi_{s2,\perp} = \nabla \cdot (\nu_{s\wedge} \hat{\mathbf{b}} \times \nabla \mathbf{v}_\perp)$. On a $\eta_{s0} \gg \nu_{s\wedge} \gg \nu_{s\perp}$. Par conséquent, d'une part, les termes non collisionnels, dits gyrovisqueux, ne sont pas négligeables comparés aux termes visqueux dans la direction perpendiculaire. D'autre part, les aspects collisionnels dominent la dynamique via $\nu_{s\parallel}$.

Les formules de Braginskii sont largement utilisées dans la littérature. Elles permettent de prendre en compte la physique liée à la finitude du rayon de Larmor fluide. On peut voir clairement que les sources d'anisotropies sont liées aux gradients des vitesses fluides, via le tenseur W . La fermeture utilisée pour déduire ces identités s'appuie sur l'hypothèse de grandes fréquences cyclotroniques $\omega_t/\Omega_s \ll 1$ et collisionnelles $\omega_t\tau_s \ll 1$ et est valide pour des régimes où les écoulements sont rapides $v/c_s \sim 1$. $\omega_t = c_s/L$ est la fréquence associée aux mouvement thermiques sur une distance macroscopique L . Néanmoins, la vitesse orthogonale dominante est la vitesse $\mathbf{v}_E = B^{-2}\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ et dans un tokamak, $v_E/c_s \ll 1$. Dans ce contexte, l'hypothèse que seul des gradients locaux (de vitesses pour π_s) soit la source d'anisotropie de la pression est discutable. En particulier, les flux de chaleurs électroniques parallèles peuvent être à priori importants, rien n'empêchant dans la limite non collisionnelle que $q_{e\parallel} \sim p_e c_{se} \gg p_e v_E$ ($p_i c_{si} \ll p_e c_{se}$ si $T_e \simeq T_i$). Dans le cadre de la hiérarchie de vitesses de dérive (drift ordering) où $v_E/c_s \sim \delta$, on peut exprimer le flux de chaleur et la vitesse perpendiculaires en fonction des variables dynamique : $\mathbf{q}_\perp = 2.5pT/(m\Omega)\hat{\mathbf{b}} \times \ln T + O(\delta^2)$, $\mathbf{v}_\perp = \mathbf{v}_\perp(n, T, \mathbf{E}, \mathbf{B}) + O(\delta^2)$. Les fermetures classiques consistent alors à exprimer les flux de chaleur et vitesse parallèles en fonction de ces mêmes variables dynamiques issues de moments d'ordres inférieurs. Par exemple, pour Braginskii, on a $q_\parallel = q_\parallel(n, T, v_\parallel, \mathbf{E}, \mathbf{B}) = -3.16nT\tau\nabla_\parallel T/m + 0.71nTv_\parallel$ [33]. Ce type de fermeture interdit, par essence, d'avoir $q_{e\parallel} \sim p_e c_{se}$ où le flux de chaleur résulte d'un déplacement des fluctuations de pression parallèlement à des vitesses bien supérieures à celle du plasma fluide. En termes de temps caractéristiques élémentaires on a $dt_{\text{fluide}}/\delta t_{\text{flux chaleur}} = (dx_{\text{fluide}}v_\parallel)/(dx_{\text{fluide}}c_s) \ll 1$. Cela peut induire une description fluide où le flux de chaleur est un opérateur non local agissant sur les fluctuations de température. Par exemple dans [54], $q_\parallel(s) = -(2/\pi)^{3/2}nc_s \int_0^{+\infty} ds'(T(s+s') - T(s-s'))/s'$ où s représente la distance à un point de référence sur une ligne de champ. En sous main, cela signifie une distribution non-maxwellienne de la fonction de distribution des vitesses.

Une troncation alternative de la hiérarchie des moments a été proposée dans [33] où q_\parallel devient une variable dynamique afin de s'affranchir de la contrainte de relativement forte collisionnalité et du caractère non local de l'expression du flux de chaleur. Cela permet en particulier de prendre en compte un certain nombre d'effets importants à la fois dans la partie gyrovisqueuse et dans la partie diagonale du tenseur de pression.

Dans la partie diagonale, on peut alors prendre compte les mécanismes dominants liés au piégeage des particules (orbites bananes) $\pi_{e0} = \pi_{e,b} + \widetilde{\pi_{e0}}$. On peut en effet traiter les effets de piégeage de façon perturbative et les inclure dans un tenseur de pression $\pi_{e,b}$ en raison de la disparité des échelles spatio-temporelles entre la dynamique étudiée et celles relatives au piégeage ($\omega_b \sim \sqrt{\epsilon}\omega_t \gg \omega$ et $w_b \ll L$). Cette physique inclut la théorie néoclassique des particules piégées [33] et est intimement liée au caractère toroïdal de l'équilibre magnétique et à sa courbure, plus précisément à sa dépendance en $1/R$ de sa composante toroïdale (voir annexe 7.1). ω_b est la fréquence de rebond des particules piégées, w_b la largeur typique des orbites bananes tracées par les particules piégées. La prise en compte du piégeage induit à l'ordre le plus bas une anisotropie dans la partie diagonale du tenseur de pression électronique $p_{e\parallel} \neq p_{e\perp}$. Plus précisément, on peut obtenir au prix de longs calculs $\hat{\mathbf{b}} \cdot \nabla \cdot \pi_{e,b} = f(T_e, T_i, n, n', T'_e, T'_i, E_{\parallel}, \epsilon, F, \tau_e)$ tandis que l'anisotropie ionique induite par le piégeage ne s'exprime pas au niveau de l'équation du mouvement des ions $\hat{\mathbf{b}} \cdot \nabla \cdot \pi_{i,b} = 0$ [33]. En moyennant sur les surfaces de flux magnétiques, on retrouve notamment l'expression du courant auto-généré (de bootstrap) à partir de $\langle \hat{\mathbf{b}} \cdot \nabla \cdot \pi_{e,b} \rangle$. Comme nous nous intéressons à la physique des îlots graines où l'impact du courant de bootstrap sur l'îlot reste faible comme nous l'avons déjà expliqué, dans un objectif d'obtenir un modèle simple, nous n'incluons pas cette physique ($\hat{\mathbf{b}} \cdot \nabla \cdot \pi_{e,b} = 0$), autrement dit on se place dans la limite $p_{\perp} = p_{\parallel}$.

Concernant la partie gyrovisqueuse $\pi_{s2} = \pi_{s,gv}$ du tenseur de pression induite par la giration de Larmor des particules chargés dans un champ magnétique, on peut négliger les gradients du champs magnétique à l'ordre le plus haut. On peut alors montrer [33] d'une part que

$$(3.3.1) \quad \hat{\mathbf{b}} \cdot \nabla \cdot \pi_{s,gv} = -m_s n v_{\text{dia},s} \cdot \nabla v_{s\parallel} + 0(\delta^3),$$

et d'autre part obtenir une des identités non triviales dites d'annulation gyrovisqueuse [64, 33]

$$(3.3.2) \quad m_s n \frac{d\mathbf{v}_{\text{dia},s}}{dt} + \nabla \cdot \pi_{s,gv,\perp} = -\nabla_{\perp} \chi_s \equiv -\nabla_{\perp} \left(\frac{1}{2\Omega_{cs}} \hat{\mathbf{b}} \cdot (p_s \nabla \times \mathbf{v}_{s\perp} + \frac{5}{2} \nabla \times \mathbf{q}_{s\perp}) \right),$$

où \mathbf{q} désigne le flux de chaleur calculé dans le référentiel du fluide considéré.

Concernant l'aspect collisionnel, nous avons vu que le coefficient de viscosité perpendiculaire est drastiquement réduit par la présence du champ magnétique. Si on s'appuie sur la théorie de

Braginskii, on a à l'ordre le plus haut, puisque la vitesse \mathbf{ExB} domine, un terme collisionnel du type visqueux $-\nabla \cdot \pi_{s1,\perp} = \nabla \cdot (\nu_{s\perp} \nabla \mathbf{v_E}) \approx \nu_{s\perp} \Delta \mathbf{v_E}$. Néanmoins, ce terme d'ordre très bas ne prend pas en compte la génération par la turbulence aux échelles non décrites par l'approche fluide (de fréquences w_{turb} et longueurs d'ondes k_{turb} plus élevées que celles étudiées, comme par exemple la turbulence ETG) d'une viscosité turbulente $\nu_{\text{turb}} \approx w_{\text{turb}}/k_{\text{turb}}^2 \gg \nu_{s\perp}$ [74]. Autrement dit, le coefficient de viscosité est sous estimé dans Braginskii du fait que l'approche fluide limite l'amplitude des échelles étudiées. En fait, pour les grandes échelles d'un plasma de fusion, la viscosité collisionnelle dans le régime de Pfirsch–Schlüter est de l'ordre de $\nu_{\text{coll}} \sim 0.05 q^2 n / T^{1/2} B^2 \text{m}^2 \text{s}^{-1}$, où q est le facteur de sécurité, n est la densité (en unités de 10^{-20}m^{-3}), T est la température en keV et B le champ magnétique en Teslas. Le coefficient de viscosité gyro-Bohm est de l'ordre de $\nu_{\text{turb}} \sim 10 T^{3/2} \text{m}^2 \text{s}^{-1}$ et est en général supérieur à la valeur collisionnelle [41, 78].

3.3.1. Équation d'évolution des fluctuations magnétiques. L'équation de Faraday $\partial_t \mathbf{B} + \nabla \times \mathbf{E} = 0$ projetée dans la direction $\hat{\mathbf{z}}$ en coordonnées slab ou toroïdale $\hat{\phi}$ (avec alors $\partial_z = R^{-1} \partial_\phi$), donne alors, après intégration et introduction du potentiel scalaire χ ,

$$(3.3.3) \quad \frac{\partial \psi}{\partial t} = E_z + \partial_z \chi = -((\mathbf{v_E} + \mathbf{v_{dia}} + \mathbf{v_{R,\perp}}) \times \mathbf{B}) \cdot \hat{\mathbf{z}} - \partial_z p_e / (en) + \mathbf{R_{ei}} \cdot \hat{\mathbf{z}} / (en) + \partial_z \chi.$$

En explicitant les vitesses de dérive qui sont orthogonales au champ magnétique (et non à $\hat{\mathbf{z}}$) dans cette dernière expression, on obtient alors

$$(3.3.4) \quad \frac{\partial \psi}{\partial t} = \partial_z \chi + \mathbf{E}_\perp \cdot \hat{\mathbf{z}} - (en)^{-1} \nabla_\parallel \mathbf{p_e} \cdot \hat{\mathbf{z}} + (\eta \mathbf{j})_\parallel \cdot \hat{\mathbf{z}}.$$

Enfin d'une part, puisque par définition $\hat{\mathbf{b}} \cdot \hat{\mathbf{z}} = F \sim 1 - \epsilon^2/2$, les deux derniers termes de cette dernière équation sont en fait $F(\eta_\parallel j_\parallel - (en)^{-1} \nabla_\parallel p_e)$. D'autre part, on a de façon générique $\partial_t \mathbf{A} = \mathbf{E} + \nabla \chi$ où \mathbf{A} est le potentiel vecteur associé au champ magnétique. Dans la mesure où les fluctuations magnétiques sont négligeables dans la direction perpendiculaire, $\partial_t \mathbf{A}_\perp \sim \mathbf{0}$, on a $\mathbf{E}_\perp = -\nabla_\perp \chi$ et par conséquent $\partial_z \chi + \mathbf{E}_\perp \cdot \hat{\mathbf{z}} = F \nabla_\parallel \chi$. L'équation d'évolution des fluctuations magnétiques est finalement, en ignorant les contributions d'ordre $O(\epsilon^2)$,

$$(3.3.5) \quad \frac{\partial \psi}{\partial t} = \nabla_\parallel \chi - (en)^{-1} \nabla_\parallel p_e + \eta_\parallel j_\parallel.$$

Le système d'équation est complété par les équations d'évolution de la pression électronique, du potentiel χ , de la densité et de la vitesse parallèle des ions.

3.4. Équation d'évolution de la densité

Nous sommes naturellement dans le cadre de quasi-neutralité $n \equiv n_e = n_i$. L'équation d'évolution de la densité électronique qui s'écrit

$$(3.4.1) \quad \frac{\partial n}{\partial t} + \nabla \cdot (n \mathbf{v}_e) = 0 ,$$

donne alors, en introduisant la vitesse parallèle des ions $v_{\parallel} = v_{\parallel i}$ et des électrons $v_{\parallel e} = -j_{\parallel}/en + v_{\parallel}$ et les vitesses de dérives électroniques dominantes,

$$(3.4.2) \quad \frac{\partial n}{\partial t} + (\mathbf{v}_E + v_{\parallel e} \hat{\mathbf{b}}) \cdot \nabla n + n \nabla \cdot (v_E + v_{\parallel e} \hat{\mathbf{b}}) + \nabla \cdot (n \mathbf{v}_{\text{dia}}) = 0 .$$

Il est intéressant de récrire cette identité en isolant à droite de l'égalité les termes liés à la courbure du champ magnétique

$$(3.4.3) \quad \frac{\partial n}{\partial t} + \mathbf{v}_E \cdot \nabla n + \nabla_{\parallel} (n v_{\parallel}) - e^{-1} \nabla_{\parallel} j_{\parallel} = -n \nabla \cdot \left(\frac{\mathbf{B}}{B^2} \times \nabla_{\perp} \chi \right) + e^{-1} \nabla \cdot \left(\frac{\mathbf{B}}{B^2} \times \nabla_{\perp} p_e \right) + D_{\perp} \nabla_{\perp}^2 n .$$

Nous avons ajouté un coefficient de diffusion perpendiculaire dont l'origine est la suivante : les gyrations des électrons sur leur gyro-orbite induit un mouvement aléatoire perpendiculaire au champ magnétique puisque ces derniers vont par collision élastique sauter d'une gyro-orbite à une autre. Statistiquement cela induit un transport diffusif dans la direction orthogonale au champ magnétique. Il y a aussi les effets néoclassiques mentionnés dans la note de bas de page (3 du chapitre 1) qui amplifient aussi la diffusion perpendiculaire. Enfin, en dernier lieu, on peut considérer que la turbulence électronique qui se développe aux micro-échelles spatiales ρ_e et temporelles $(\Omega_{ce}^{-1}, \gamma_{\text{ETG}}^{-1})$ est statistiquement à l'origine d'un transport de matière aux échelles supérieures. En se basant sur une théorie de longueur de mélange, on peut alors estimer que le coefficient de diffusion perpendiculaire induit par la turbulence est $D_{\perp} \sim \gamma_{\text{ETG}} \rho_e^2$. En supposant $T_e \approx T_i$, ce qui est réaliste, on a en utilisant (3.0.1) $\gamma_{\text{ETG}}/\gamma_{\text{ITG}} \sim c_{se}/c_{si} = \sqrt{m_i/m_e} \sim 60$ et $D_{\perp, \text{ETG}}/D_{\perp, \text{ITG}} \sim \sqrt{m_e/m_i} \sim 1/60$. De façon générique, on voit ainsi qu'aux échelles bien supérieures au rayon de Larmor fluide électronique, on doit inclure un terme de diffusion perpendiculaire à l'équation de densité électronique dans l'équation de continuité. Lorsqu'on considère

la dynamique des échelles comparables à ρ_i , la diffusion turbulente induite par les échelles inférieures est modélisé par $D_{\perp, \text{ETG}}$. Il faut signaler qu'en dépit du fort taux de croissance des ETG, le transport de chaleur ionique *et* électronique aux échelles $k_{\theta} \rho_s < 1$ semble de façon relativement générique être essentiellement induit par la turbulence ITG, comme l'ont montré des simulations gyrocinétiques multi-échelles récentes[68]. Les coefficients de diffusion perpendiculaires associés à ce transport, mesurés expérimentalement, sont typiquement de l'ordre de quelques m^2s^{-1} . On prendra un coefficient de diffusion constant noté D_{\perp} pour modéliser de façon générique les petites échelles non dynamiquement simulées.

3.5. Équation d'évolution de la pression pour un plasma bitherme

Nous considérons un plasma constitué de deux espèces, des ions et des électrons dont les températures sont constantes. Les équations d'état des deux fluides sont donc $T_e = \text{Cte}$, $T_i = \text{Cte}$. Il est légitime dans ce cas là de déduire l'équation d'évolution de la pression à partir de celle d'évolution de la densité. En effet, imposer une température constante suppose une source de flux de chaleur permanente, et non nécessairement de densité, qui maintienne cette température. Il faudrait donc inclure ce mécanisme dans l'équation d'évolution de la pression, l'évolution n'étant pas par construction adiabatique. Il est plus simple de partir de l'équation de densité en supposant qu'aucun flux forcé de matière n'entre en jeu pour maintenir les températures constantes. Bien entendu imposer la constance des températures est un choix relativement arbitraire. Néanmoins, cela permet d'obtenir un système minimal où les mécanismes de dérive, de courbure et de reconnexion magnétique sont présents, ce qui est l'objectif recherché. Introduire l'équation d'évolution de la pression à température non constante permettrait de spécifier la nature des branches interchanges étudiés et donc d'être davantage quantitatif, comme cela a été discuté en début de chapitre. L'équation d'évolution de la densité électronique peut se mettre, dans ce cadre, sous la forme d'une équation d'évolution pour la pression électronique avec $p_e = nT_e$:

(3.5.1)

$$\frac{\partial p_e}{\partial t} + \mathbf{v_E} \cdot \nabla p_e + \nabla_{\parallel} (p_e v_{\parallel}) - e^{-1} T_e \nabla_{\parallel} j_{\parallel} = -p_e \nabla \cdot \left(\frac{\mathbf{B}}{B^2} \times \nabla_{\perp} \chi \right) + e^{-1} T_e \nabla \cdot \left(\frac{\mathbf{B}}{B^2} \times \nabla_{\perp} p_e \right) + \chi_{\perp} \nabla_{\perp}^2 p_e ,$$

où $\chi_\perp = D_\perp$ du fait du choix de l'équation d'état. L'équation d'évolution de la pression ionique est similaire en utilisant $p_i = nT_i$.

3.6. Équation d'évolution de la vitesse parallèle des ions

En additionnant les équations du mouvement des fluides d'ions et d'électrons en projetant dans la direction parallèle, on obtient

$$(3.6.1) \quad m_i n \left(\frac{d\mathbf{v}_{i\parallel}}{dt} + \frac{m_e}{m_i} \frac{d\mathbf{v}_{e\parallel}}{dt} \right) = -\nabla_\parallel (p_e + p_i) - \hat{\mathbf{b}} \cdot (\nabla \cdot \pi_{i,\mathbf{g}\mathbf{v}}) .$$

En négligeant les contributions d'ordre m_e/m_i , en introduisant le paramètre $\alpha = 1 + T_i/T_e$ et en utilisant (3.3.1), on a alors pour un plasma bitherme

$$(3.6.2) \quad \frac{\partial v_\parallel}{\partial t} + \mathbf{v}_E \cdot \nabla v_\parallel + v_\parallel \nabla_\parallel v_\parallel = -\alpha m_i^{-1} n^{-1} \nabla_\parallel p_e .$$

Il convient de noter que à l'ordre où nous effectuons le développement, l'ordre ϵ^2 , les vitesses parallèles et toroïdales se confondent puisque $v_\parallel = Fv_{z,i} + \mathbf{v}_{\perp,z,i} \cdot \hat{\mathbf{b}} = Fv_{z,i} + (1-F)Fv_{\perp,i} = v_{z,i} + O(\epsilon^2)$.

3.7. Équation d'évolution de la vortacité

3.7.1. Courbure et vortacité : identités utiles. L'équation d'évolution du potentiel électrique, ou plutôt de la vortacité parallèle associée à l'écoulement $E \times B$, $\mathbf{B} \cdot \nabla \times \mathbf{v}_E \approx \Delta_\perp \phi \equiv \omega$, que nous allons dériver par la suite, demande d'introduire la courbure explicitement. Il y a, en fait deux définitions qui se rejoignent. Une première définition est reliée au rayon de courbure du module du champ magnétique $\kappa = \nabla B/B \approx \kappa_{eq} = \nabla B_{eq}/B_{eq}$ ⁹, tandis que la deuxième est

9. Simplification de l'opérateur de courbure $\kappa = \nabla B/B$: Un développement perturbatif donne $\kappa \sim \kappa_{eq}(1 + \nabla \tilde{B}/\nabla B_{eq})(1 - \tilde{B}/B_{eq})$. En présence d'un îlot magnétique et de turbulence, l'erreur relative induite par l'utilisation $(\kappa - \kappa_{eq})/\kappa_{eq}$ est donc majorée en géométrie torique par $\max(R\tilde{B}_{\text{îlot}}/(wB_{eq}), mR\tilde{B}_{\text{turb}}/(r_s B_{eq})) \sim 10^{-3} \max(R/w, m\epsilon^{-1})$ qui est inférieur à 1 mais pas forcément d'ordre ϵ^2 . w est la largeur de l'îlot et m le nombre d'onde associé à la turbulence de type ITG/interchange (typiquement $m = 10^2$). Considérons la physique des îlots graines, par exemple un îlot atteignant la taille critique dans ITER de 5 cm, $R/w \sim 100$. En utilisant la formule standard des tailles d'îlot[104] $w \approx 4\sqrt{\psi_1(r_s)/J_{eq}(r_s)}$ qui donne $\tilde{B}_{\text{îlot}}/B_{eq} \sim w^2/(16Rr_s)$, on a $R\tilde{B}_{\text{îlot}}/(wB_{eq}) \sim w/(16r_s) \ll 1$. Les fluctuations de courbures sont donc négligeables aux échelles MHD, et l'erreur relative peut-être considérée d'ordre ϵ^2 . Aux échelles turbulentes, elles sont faibles tant que $\tilde{B}_{\text{turb}}/B_{eq} \ll \epsilon/m$, ce qui est vrai dès que $\tilde{B}_{\text{turb}}/B_{eq} \sim 10^{-3}$. Comme la courbure interviendra dans les équations multipliée par des fluctuations, on peut donc remplacer κ par κ_{eq} .

reliée à la géométrie de la ligne de champ magnétique

$$(3.7.1) \quad \tilde{\kappa} = (\hat{\mathbf{b}} \cdot \nabla) \hat{\mathbf{b}} = -\hat{\mathbf{b}} \times (\nabla \times \hat{\mathbf{b}}) = \nabla_{\perp} B / B + \mu_0 \mathbf{j} \times \mathbf{B} / B^2.$$

En fait, $R_c = 1/\tilde{\kappa}$ est le rayon de courbure local de la ligne de champ magnétique et, à faible β , on a $\kappa_{eq} \approx \tilde{\kappa}_{eq}$ ¹⁰.

En additionnant les équations du mouvement des fluides d'ions et d'électrons, on a

$$(3.7.2) \quad \mathbf{f} \equiv m_i n \frac{d\mathbf{v}}{dt} + \nabla \cdot \pi_i = -\nabla p + \mathbf{j} \times \mathbf{B}.$$

On a négligé les contributions d'ordre m_e/m_i et le tenseur de pression électronique en accord avec la relation (3.3.2).

L'équilibre MHD est caractérisé par $\mathbf{j}_{eq} \times \mathbf{B}_{eq} = \nabla P_{eq}$. La réponse du système à une perturbation de l'équilibre $\mu_0 j_{\perp} \approx k_{\perp} B$ (Ampère) a pour fréquence caractéristique $\frac{d}{dt}(\frac{v}{v_A}) \approx \frac{[\mathbf{j} \times \mathbf{B}]}{nm_i v_A} = k_{\perp} v_A$ où v_A est la vitesse d'Alfvén du fluide d'ions. Autrement dit, sur des échelles de temps bien plus lentes que les ondes de compression d'Alfvén, $\omega \ll k_{\perp} v_A$, les évolutions sont assimilables à une succession de quasi-états d'équilibres. En fait, ces échelles de temps sont justement celles d'intérêt : au voisinage d'une position radiale r donnée, nous verrons que les modes instables sont les modes résonants, i.e de vecteur d'onde $\mathbf{k} = m\nabla\theta - n\nabla\phi$ avec $m/n = q_s \approx q(r)$ et $k_{\parallel}/k_{\perp} \approx \epsilon/q_s$. Cela est vrai pour les modes MHD et les modes interchnages car ils résultent d'un processus de résonance (cf la note 2). Ils satisfont de plus $ak_{\perp} \gg 1$ pour l'interchange et $ak_{\perp} \approx 1$ pour l'instabilité de déchirement magnétique. Enfin, ils ont pour fréquence caractéristique, linéairement, la fréquence diamagnétique $\omega \approx k_{\perp} v_{\star}$, soit $\omega/k_{\perp} \approx v_{\star} \ll v_A$. Pour ce qui concerne leurs taux de croissance, on a aussi, $\gamma_{tear}/k_{\perp} \propto \eta^{3/5} v_A \ll v_A$ [104] et, d'après l'éq.(3.0.1), $\gamma_{int}/k_{\perp} \approx c_s \rho_{ss} / \sqrt{RL_{\nabla}} = \beta^{1/2} \rho_{ss} / \sqrt{RL_{\nabla}} v_A \ll v_A$.

10. **Équivalence des courbures à faible β** : Par définition, le rayon de courbure local d'une ligne de champ dont l est un paramètre de position de cette dernière est défini par $d\hat{\mathbf{t}}/dl = \hat{\mathbf{n}}/R_c$. $\hat{\mathbf{t}}$ est la tangente en un point considéré de cette ligne $M(l)$, $\hat{\mathbf{n}}$ la normale et $\hat{\mathbf{t}} \times \hat{\mathbf{n}}$ la bi-normale du repère local de Serret-Frenet au point M . $d/dl = \hat{\mathbf{t}} \cdot \nabla$ est la dérivée dans la direction de la ligne de champ. Pour une ligne de champ magnétique $\hat{\mathbf{t}}$ est noté traditionnellement $\hat{\mathbf{b}}$. Dans la mesure où $a \ll R$ et q est de l'ordre de l'unité, on a bien-sûr, en négligeant les fluctuations magnétiques locales éventuelles induites par la turbulence aux petites échelles, que R_c et R sont du même ordre de grandeur.

Le terme de courbure dominant est donné par le champ magnétique d'équilibre $B_{eq}(r, \theta)$ et par conséquent $\nabla_{\perp} B_{eq} = F \nabla B_{eq}$. On a donc $\kappa_{eq} = \nabla_{\perp} B_{eq} / B_{eq} + O(\epsilon^2) = \hat{b}_{eq} \cdot \nabla \hat{b}_{eq} + O(\epsilon^2, L_{\nabla p_{eq}} \beta)$ en utilisant qu'à l'équilibre $\mathbf{j} \times \mathbf{B} = \nabla P$. Autrement dit $\kappa_{eq} = \tilde{\kappa}_{eq} + O(\epsilon^2)$.

La courbure sera cependant, naturellement, lentement modifiée par la réponse temporelle induite par les instabilités linéaire basses fréquences qui nous intéressent. En combinant (3.7.1) et (3.7.2), on a une nouvelle expression formelle pour la courbure qui prend en compte cette réponse,

$$(3.7.3) \quad \tilde{\kappa} = \mu_0 \frac{\nabla p + \mathbf{f}}{B^2} + \frac{\nabla_{\perp} B}{B} .$$

L'équation d'évolution de la vorticité s'obtient en opérant une démarche similaire à celle des fluides neutres bidimensionnels, mais en faisant jouer à $\hat{\mathbf{b}}$ le rôle de la troisième dimension, *i.e.* en calculant $\mathbf{B} \cdot \nabla \times \mathbf{f}$. L'identit  ¹¹

$$(3.7.4) \quad \mathbf{B} \cdot \nabla \times (\mathbf{j} \times \mathbf{B}) = B^2 \nabla_{\parallel} j_{\parallel} - \mu_0^{-1} \nabla_{\perp} B^2 \cdot (\mathbf{B} \times \tilde{\kappa}) ,$$

permet d'obtenir, lorsqu'on exprime $\nabla_{\perp} B^2$ via l'équation (3.7.3), une expression intéressante de l'équation $\mathbf{B} \cdot \nabla \times \mathbf{f}$:

$$(3.7.5) \quad \mathbf{B} \cdot (\nabla \times \mathbf{f} - 2\tilde{\kappa} \times \mathbf{f}) \cdot = B^2 \nabla_{\parallel} j_{\parallel} - 2(\mathbf{B} \times \tilde{\kappa}) \cdot \nabla p$$

Dans la littérature, cette identité qui est exacte, s'appelle la loi de cisaillement d'Alfvén ou "Shear Alfvén Law" dans la limite $\nabla_{\parallel} B = 0$ [62]. On peut faire apparaître ce dernier terme explicitement en notant que $\nabla_{\parallel} j_{\parallel} = B \nabla_{\parallel} (j_{\parallel}/B) + j_{\parallel} \nabla_{\parallel} B/B$.

3.7.2.   quation d'évolution du potentiel électrique et/ou de la vorticité. En utilisant l'identité d'annulation gyrovisqueuse des ions (3.3.2), le terme d'inertie s'écrit

$$(3.7.6) \quad \mathbf{f} = m_i n \frac{d\mathbf{v}_E}{dt} + \nabla \cdot (\pi_i - \pi_{i,gv}) + \nabla_{\perp} \chi_i .$$

Dans la mesure où on ne tient pas compte des mécanismes de piégeage des particules chargées, on a que $\nabla \cdot (\pi - \pi_{i,gv}) = -\mu \Delta_{\perp} \mathbf{v}_E$ où $\mu \equiv \nu_{\text{turb}}$ est un coefficient de viscosité turbulent que l'on supposera constant (ou plus précisément dont on supposera les fluctuations négligeables, ce qui peut se justifier en terme d'ordering). Dans le cadre de la théorie de Braginskii, nous avons vu

11. On utilise l'identité générique $\nabla \cdot (\mathbf{A} \times \mathbf{B}) = \mathbf{B} \cdot \nabla \times \mathbf{A} - \mathbf{A} \cdot \nabla \times \mathbf{B}$ avec $\mathbf{A} = \mathbf{J} \times \mathbf{B}$. On a alors $\mathbf{B} \cdot \nabla \times (\mathbf{j} \times \mathbf{B}) = \mathbf{B} \cdot \nabla \times (\mathbf{j}_{\perp} \times \mathbf{B}) = -\nabla \cdot (B^2 \mathbf{j}_{\perp}) = B^2 \nabla_{\parallel} j_{\parallel} - \nabla B^2 \cdot \mathbf{j}_{\perp}$ car $\nabla \cdot \mathbf{j} = 0$. On injecte ensuite $B^2 \mathbf{j}_{\perp} = \mathbf{B} \times (\mathbf{j} \times \mathbf{B}) = \mathbf{B} \times (\mathbf{f} + \nabla p) = \mu_0^{-1} \mathbf{B} \times (B^2 \tilde{\kappa} - B \nabla_{\perp} B)$ dans cette dernière relation. Il suffit alors de noter la simplification $\nabla B^2 \cdot \mathbf{j}_{\perp} = \nabla_{\perp} B^2 \cdot \mathbf{j}_{\perp} = \mu_0^{-1} \nabla_{\perp} B^2 \cdot \mathbf{B} \times \tilde{\kappa}$ pour obtenir la relation désirée.

que μ serait le coefficient de viscosité $\nu_{i,\perp} \ll \nu_{\text{turb}}$, qu'il convient par conséquent de négliger en présence de turbulence sous-jacente.

En projetant dans la direction parallèle le rotationnel l'équation (3.7.2), ou de façon équivalente en utilisant directement la loi de cisaillement d'Alfvén, on obtient

(3.7.7)

$$\mathbf{B} \cdot (\nabla \times (m_i n \frac{d\mathbf{v}_E}{dt} - \mu \Delta_{\perp} \mathbf{v}_E) - 2\tilde{\kappa} \times (m_i n \frac{d\mathbf{v}_E}{dt} - \mu \Delta_{\perp} \mathbf{v}_E + \nabla_{\perp} \chi_i)) = B^2 \nabla_{\parallel} j_{\parallel} - 2(\mathbf{B} \times \tilde{\kappa}) \cdot \nabla p.$$

Il convient de noter que l'opérateur d/dt s'écrit $\partial_t + (\mathbf{v}_E + \mathbf{v}_{\text{dia},i}) \cdot \nabla$ dans la mesure où on ne garde que les vitesses de dérives dominantes. En utilisant $q_{i\perp} \sim p_i v_{i\perp}$, (3.3.2) donne aussi que le terme de pression ionique gyrovisqueuse χ_i est négligeable par rapport au terme de pression puisque $\chi_i/p \sim v_{\perp}/(\Omega_{ci} L_{\nabla}) \sim \omega/\Omega_{ci} \ll 1$. On a donc

(3.7.8)

$$B^{-1} \hat{\mathbf{b}} \cdot \nabla \times (m_i n \frac{d\mathbf{v}_E}{dt}) = \nabla_{\parallel} j_{\parallel} - 2 \frac{\mathbf{B} \times \tilde{\kappa}}{B^2} \cdot \nabla p + \frac{\mu}{B} \Delta_{\perp} (\nabla \times \mathbf{v}_E)_{\parallel} + 2B^{-1} \hat{\mathbf{b}} \cdot \tilde{\kappa} \times (m_i n \frac{d\mathbf{v}_E}{dt} - \mu \Delta_{\perp} \mathbf{v}_E).$$

L'équation d'évolution pour la vorticité s'obtient alors en retenant la partie dominante $m_i n_{\text{eq}} d\omega/dt$ du membre de gauche, c'est à dire en négligeant les contributions d'ordre $O(\epsilon^2)$. Cela est correct lorsque le champ de vorticité défini par $\omega = \nabla_{\perp}^2 \phi$ n'a pas de composante d'équilibre d'ordre ϵ^0 . Comme on l'a évoqué dès la note 2 du chapitre 1, les modes d'intérêt sont les modes résonants pour lesquels $k_{\parallel}/k_{\perp} \approx \epsilon/q_s \ll 1$. Par conséquent le rapport des termes d'inertie a pour ordre de grandeur

$$|\hat{\mathbf{b}} \cdot \tilde{\kappa} \times (m_i n \frac{d\mathbf{v}_E}{dt})| / |2\hat{\mathbf{b}} \cdot \nabla \times (m_i n \frac{d\mathbf{v}_E}{dt})| \approx \tilde{\kappa}/2k_{\perp} \lesssim \frac{\epsilon}{2ak_{\perp}}$$

et on obtient le même rapport pour les termes visqueux. On négligera le dernier terme dans l'éq.(3.7.8) qui est d'ordre supérieur à ϵ^2 aux échelles MHD ($ak_{\theta} \approx 2\pi a/r_s$, $ak_r \approx 2\pi a/L_{\perp}$) et est bien inférieur aux échelles interchange. L_{\perp} sera la largeur radiale de simulation choisie et qui n'est au mieux qu'une fraction du petit rayon. On a alors

$$(3.7.9) \quad \frac{m_i n_{\text{eq}}}{B} d\omega/dt = \nabla_{\parallel} j_{\parallel} - 2 \frac{\mathbf{B} \times \nabla_{\perp} \mathbf{p}}{B^2} \cdot \tilde{\kappa} + \frac{\mu}{B} \Delta_{\perp} \omega.$$

3.8. Réduction à un modèle à trois champ en géométrie slab

Les équations (3.3.5, 3.4.3, 3.6.2, 3.7.9) ainsi que les équations d'état $T_e = \text{Cte}$ et $T_i = \text{Cte}$ consistent un système d'équations auto-consistant d'évolution des échelles MHD et interchange à faible β et dans la limite de faibles fréquences $\omega/\Omega_{ci} \ll 1$. Une dernière étape consisterait à ne plus supposer les espèces du plasma isothermes et écrire des équations d'évolutions indépendantes pour les pressions électronique et ionique. Cela est nécessaire si on s'intéresse par exemple aux branches d'interchange ITG fluides. Nous allons prendre le chemin inverse en simplifiant encore ce système d'équations et en prenant la géométrie la plus simple qui soit, la géométrie slab. Nous allons garder néanmoins les mécanismes génériques de l'interchange et la physique des échelles MHD. Dans ce cadre, on considérera les simplifications $v_{\parallel} = T_i = 0$. Cela simplifie au passage l'opérateur d/dt dans l'équation d'évolution de la vorticité qui s'écrit alors $\partial_t + \mathbf{v}_E \cdot \nabla$. Cela implique aussi $\alpha = 1$ et $p = p_e$. Arbitrairement, on utilisera l'équation d'évolution de la pression électronique plutôt que celle de la densité, les deux étant clairement équivalentes. À noter aussi que pour expliciter la forme du champ magnétique, cf. la relation (3.1.3), on avait aussi supposé que $v/v_A \sim \epsilon$ (v peut donc être plus petit que ϵv_A). En fait, dans le cadre de la hiérarchie de dérive, on a $v_E/v_A = (v_E/c_s)c_s/v_A \sim \sqrt{\beta}\delta \sim \epsilon\delta$.

3.8.1. Système d'équations minimal couplant mécanismes d'interchange et fluctuations électromagnétiques. Il est utile de simplifier l'opérateur de courbure pour l'équation d'évolution de la pression. En géométrie recti-linéaire (direction parallèle au champ magnétique et direction $\hat{\mathbf{z}}$ se confondent), *i.e.* strictement slab, les termes de courbure sont nuls. En géométrie torique, dans la limite de faible rapport d'aspect, il s'explique sous la forme [6]¹²

$$(3.8.1) \quad \nabla \cdot \frac{\mathbf{B} \times \nabla_{\perp} f}{B^2} = -2\kappa \cdot \frac{\mathbf{B}}{B^2} \times \nabla_{\perp} f + \frac{\mu_0}{B^2} \mathbf{j} \cdot \nabla \mathbf{f} \approx -2\kappa \cdot \frac{\mathbf{B}}{B^2} \times \nabla_{\perp} f .$$

12. L'approximation dans l'équation s'entend à l'ordre β : on a $|\mathbf{j} \cdot \nabla \mathbf{f}| \approx (j_{\parallel, \mathbf{eq}} k_{\parallel} + j_{\perp, \mathbf{eq}} k_{\perp})f$. Les deux termes dans la parenthèse sont comparables puisque $k_{\parallel}/k_{\perp} \approx \epsilon/q_s$ et la quasi-neutralité des deux fluides implique $\nabla \cdot \mathbf{j} = 0$, *i.e.* $k_{\parallel} j_{\parallel} \sim k_{\perp} j_{\perp}$, que cela soit pour l'équilibre ou pour les fluctuations instables. En outre, le courant perpendiculaire normalisé peut être estimé en regardant les vitesses de dérives dominantes, *i.e.* les vitesses diamagnétiques puisque les vitesses $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ des ions et des électrons ne génèrent pas de courant par addition, qui en sont à l'origine

$$|\frac{\mu_0}{B} \mathbf{j} \cdot \nabla \mathbf{f}| \approx k_{\perp} f \frac{\mu_0}{B} j_{\perp} \approx k_{\perp} f \frac{\mu_0}{B} |\frac{\mathbf{B}}{B^2} \times \nabla_{\perp} p| \approx k_{\perp} f \frac{\mu_0 p_0}{B_0^2} \nabla_{\perp} \frac{p}{p_0} \approx k_{\perp} f L_{\nabla p}^{-1} \beta$$

Par conséquent, on a

$$|\frac{\mu_0}{B^2} \mathbf{j} \cdot \nabla \mathbf{f}| / |2\kappa \cdot \frac{\mathbf{B}}{B^2} \times \nabla_{\perp} f| \approx (R_c/L_{\nabla p})\beta .$$

$\kappa = \nabla B/B$ est l'opérateur de courbure du module du champ magnétique. On obtient finalement un système d'équations d'évolution pour la vortacité ω , la pression électronique p_e et le flux magnétique ψ où les termes de courbures ont des structures similaires :

$$(3.8.2) \quad \frac{m_i n_{eq}}{B} \frac{d\omega}{dt} = \nabla_{\parallel} j_{\parallel} - 2\tilde{\kappa} \cdot \frac{\mathbf{B}}{B^2} \times \nabla_{\perp} p_e + \frac{\mu}{B} \Delta_{\perp} \omega ,$$

$$(3.8.3) \quad \frac{\partial p_e}{\partial t} + \mathbf{v}_{\mathbf{E}} \cdot \nabla p_e - e^{-1} T_e \nabla_{\parallel} j_{\parallel} = -2p_e \kappa \cdot \frac{\mathbf{B}}{B^2} \times \nabla_{\perp} \chi + 2e^{-1} T_e \kappa \cdot \frac{\mathbf{B}}{B^2} \times \nabla_{\perp} p_e + \chi_{\perp} \nabla_{\perp}^2 p_e ,$$

$$(3.8.4) \quad \frac{\partial \psi}{\partial t} = \nabla_{\parallel} \phi - (en)^{-1} \nabla_{\parallel} p_e + \eta_{\parallel} j_{\parallel} ,$$

On a introduit la notation classique $\phi \equiv \chi$ pour le potentiel électrostatique qu'il n'y aura pas lieu de confondre avec la composante toroïdale de position (qui était notée aussi ϕ jusqu'à présent) dans le cadre des géométries slab et cylindrique que nous allons utiliser. Par définition, $\omega = \Delta_{\perp} \chi$, $j_{\parallel} = \Delta_{\perp} \psi$ et $d/dt = \partial_t + \mathbf{v}_{\mathbf{E}} \cdot \nabla$. La simplification opérée dans l'équation (3.8.1) a un coût car le terme résultant n'est plus à divergence nulle, *i.e.* conservatif si on intègre sur tout l'espace (avec des conditions de bord adéquates). Une dernière simplification consistera alors à simplifier, linéariser en fait, les termes de courbure pour retrouver cette propriété. Cela se justifie par le fait que les termes de courbure sont d'ordre ϵ en géométrie torique ($1/R_c \approx \epsilon a$) et inférieurs en géométrie cylindrique. Un calcul détaillé des termes de courbure pourra se trouver en annexe de la dissertation de doctorat [104].

Génération d'îlots magnétiques par une turbulence fluide au voisinage d'une surface résonnante¹

Au voisinage d'une surface faiblement rationnelle ("low order rational surface"), il peut y avoir naturellement coexistence, à des échelles spatiales et temporelles différentes, d'une instabilité MHD de déchirement magnétique grandes échelles et de modes petites échelles déstabilisé par un mécanisme de type interchange. Nous considérons maintenant le modèle bidimensionnel minimal d'interchange qui inclut des mécanismes d'ondes de dérive et d'interchange au voisinage d'une seule surface rationnelle. Ainsi les termes de gradient parallèle pourront être écrits sous la forme $\nabla_{\parallel} h = [\psi^*, h]^2$ dans la mesure où on restreint le système aux perturbations résonantes, autrement dit celles potentiellement instables et/ou susceptibles d'être couplées par les perturbations instables au voisinage de la surface résonante considérée. Par la suite, ψ et \mathbf{B} désigneront respectivement, par abus de notation et de langage ($\psi^* \rightarrow \psi$), le flux magnétique et le champ magnétique hélicoïdaux. On nommera aussi courant dans la direction parallèle en géométrie slab la quantité $j = \nabla_{\perp}^2 \psi$. La direction périodique où s'aligne les perturbation résonante. Enfin on simplifiera la notation de la pression électronique $p \rightarrow p_e$ et les termes de

1. Cette partie profite de la collaboration que j'ai avec M. Muraglia [89]. Une description détaillée du code numérique avec lequel les simulations numériques ont été effectuées se trouve dans [104], voir aussi l'annexe 7.7.

2. Expression du gradient parallèle en géométrie slab ou cylindrique pour des fluctuations résonantes au voisinage d'une surface magnétique résonante :

Posons $\psi = -A_{\parallel}$ et $\psi^* = \psi/B_0 - q_s^{-1}x$. Clairement, on a en géométrie slab $\nabla_{\parallel} h = B^{-1} \mathbf{B} \cdot \nabla h = F(\partial_z h + [\psi/B_0, h])$ avec $F = B_0/B \sim 1 - \epsilon^2/2$. Par conséquent, si on considère des perturbations résonantes de la forme $h = \sum_m h_m(x, t) \exp(im(y - q_s^{-1}z))$, on aura $\nabla_{\parallel} h = [\psi^*, h] + 0(\epsilon^2)$. ψ^* et $\mathbf{B}^* = \mathbf{z} \times \nabla \psi^*$ s'appellent respectivement le flux magnétique hélicoïdal pour une hélicité m/n fixée. En géométrie slab, on ne considère que les perturbations résonantes avec une surface d'hélicité m/n rationnelle fixée, les autres étant essentiellement naturellement dissipée/amorties. Ainsi, dans cette géométrie, la condition de résonance " $\nabla_{\parallel, \text{eq}} h = 0$ pour une perturbation résonante" (voir la note 2) se réduit à $B_{eq}^*(x_r) = 0$ où $x = x_r$ est la surface d'équilibre résonante.

courbure sous la forme adimensionnée seront notés κ_1 et κ_2 . On a alors

$$(4.0.1) \quad \frac{\partial}{\partial t} \nabla_{\perp}^2 \phi + \{\phi, \nabla_{\perp}^2 \phi\} = \{\psi, \nabla_{\perp}^2 \psi\} - \kappa_1 \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \nabla_{\perp}^4 \phi$$

$$(4.0.2) \quad \frac{\partial}{\partial t} \psi = \{\psi, \phi - p\} - v_{\star} \frac{\partial \psi}{\partial y} + \eta \nabla_{\perp}^2 (\psi - \psi_0)$$

$$(4.0.3) \quad \frac{\partial}{\partial t} p + \{\phi, p\} = -v_{\star} \left((1 - \kappa_2) \frac{\partial \phi}{\partial y} + \kappa_2 \frac{\partial p}{\partial y} \right) + \hat{\rho}^2 \{\psi, \nabla_{\perp}^2 \psi\} + \chi_{\perp} \nabla_{\perp}^2 p.$$

L'équilibre est constitué d'un gradient de pression constant ($v_{\star} = \text{Cte}$) et d'un profil de champ magnétique $\mathbf{B}_0 = \psi'_0(x) \hat{\mathbf{y}} = \tanh(x/a) \hat{\mathbf{y}}$ correspondant au modèle de feuille de courant de Harris [9, 56] : Le champ magnétique s'annule sur la surface résonante $x = 0$ et le courant d'équilibre y est maximal. L_x est l'extension radiale de la boîte et $a = \sqrt{-J_0(0)/J'_0(0)}$ la largeur de la feuille de courant à l'équilibre (à ne pas confondre avec le petit rayon d'un tokamak). Les équations (4.0.1-4.0.3) sont normalisées en utilisant la vitesse d'Alfvén, une longueur caractéristique L_{\perp} et le temps d'Alfvén associé $\tau_A = L_{\perp}/v_A$. Les effets de courbure à l'origine de l'instabilité d'interchange sont inclus au travers des paramètres κ_i ($i = 1, 2$). La longueur caractéristique est, de part le procédé de normalisation choisie, relativement arbitraire. Néanmoins, elle doit être suffisamment petite pour que les surfaces résonantes voisines aient un impact a priori faible sur la dynamique étudiée. En particulier, cela suppose que la turbulence est dominante au niveau de la résonance étudiée, mais aussi qu'il n'y a pas d'autres surfaces résonantes de faible rationalité où la dynamique MHD pourrait se développer. Comme le cisaillement magnétique est relié à la densité de telles surfaces par construction [44], L_{\perp} est essentiellement une longueur caractéristique du cisaillement magnétique.

Sans rentrer dans les détails du code numérique que nous avons développé, voir en particulier la thèse [104] pour les détails, il convient de préciser que les simulations numériques s'appuient sur un code semi-spectral avec l'application de la règle de dealiasing au 2/3 dans la direction périodique poloïdale y , une résolution allant jusqu'à 1024 points de grilles et 256 modes poloïdaux. Les tailles de boîte de simulation sont $L_x = 2\pi$ ($x \in [-L_x/2, L_x/2]$) et $L_y = 5\pi$. Les champs perturbés ϕ, ψ, p sont périodiques en y et nuls aux bords. En particulier, la vitesse poloïdale du plasma est libre au bord. Dans l'étude qui suit nous avons fixé les valeurs de paramètre suivantes $\hat{\rho} = 0.058$, $v_{\star} = 10^{-2}$, $\kappa_1 = 5$, $\kappa_2 = 0.36$, les paramètres de

nature dissipative étant pris égaux $\chi_\perp = \mu = \eta = 10^{-4}$. Nous allons le voir, ces valeurs de paramètres permettent le développement, simultané ou non, des instabilités d'interchange et de déchirement magnétique à différentes échelles [92].

4.1. Les instabilités multi-échelles présentes dans le modèle

La décomposition des champs sous la forme d'une série de Fourier

$$(4.1.1) \quad \psi(x, y, t) = \sum_{m \in \mathbb{Z}} \psi_m(x, t) \exp(ik_m y)$$

où $k_m = 2\pi m/L_y$ permet d'identifier aisément la nature des modes. La parité des fonctions propres $(\psi_m(x, t), \phi_m(x, t), p_m(x, t))$, pour chaque mode m , signe en effet la nature de l'instabilité linéaire qui les génère : l'interchange résistif génère des modes de parités (impaire, paire, paire) et l'instabilité de déchirement magnétique donne les parités inverses (paire, impaire, impaire)[92]. On pourra trouver un exposé détaillé de ces deux instabilités dans ce contexte dans le manuscrit de thèse [89]. Repérer la nature des instabilités via leur parité facilite la mise en place du dispositif linéaire que l'on souhaite imposer à l'expérience numérique. On peut en effet modifier à propos les valeurs des paramètres et repérer quelles sont les instabilités présentes, leurs modes instables et enfin leurs taux de croissance. Le choix des paramètres explicité ci-dessus permet en fait de passer continuellement, en ne variant que le paramètre qui caractérise l'équilibre magnétique a , d'une situation où le déchirement est stable mais l'interchange est fortement instable aux petites échelles, à une situation où l'instabilité de déchirement domine. Plus précisément, on introduit la notation m_\star pour désigner le mode interchange le plus instable et γ_\star le taux de croissance associé. Dans ce travail, les modes $m \geq 2$ sont stables dans tous les cas par rapport à l'instabilité de déchirement. Autrement dit, les paramètres de stabilité du déchirement magnétique $\Delta'_{m \geq 2}$ satisfont $\Delta'_{m \geq 2} < 0$. On pourra trouver une présentation détaillée du calcul du paramètre Δ'_m dans [104]. Par la suite, Δ' désignera donc en fait Δ'_1 . Quant à la nature du mode $m = 1$, elle résulte d'une compétition entre les deux instabilités.

Varier le paramètre de contrôle a , revient à modifier à la fois le taux de croissance de l'interchange et celui du déchirement magnétique. Dans ce cadre, $\Delta'(a)$ peut-être vu comme un simple paramètre de contrôle équivalent au paramètre de raideur du champ magnétique à la résonance a^{-1} , avec l'avantage que son signe indique directement le caractère stable ou instable

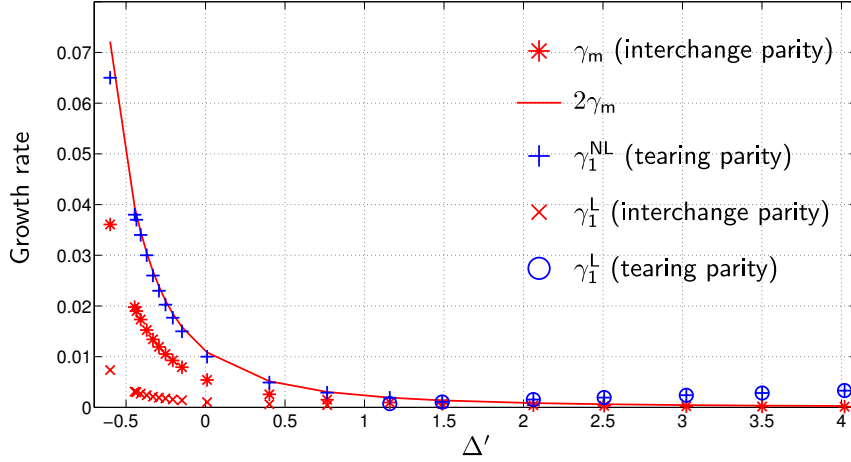


FIGURE 4.1.1. Taux de croissance des modes $m = 1$ et $m = m_*$. La couleur indique les types de parités des fonctions propres et donc la nature des instabilités associées. Ils sont calculés dans la phase linéaire, sauf γ_1^{NL} qui est le taux de croissance dans la phase quasi-linéaire du mode $m = 1$. Cette phase se caractérise aussi par une croissance exponentielle des modes.

du déchirement magnétique. En outre, plus $\Delta'(a)$ est petit, plus m_* et γ_{m_*} sont grands, mais aussi, plus le taux de croissance linéaire de l'instabilité de déchirement est petit. Les taux de croissance linéaire $\gamma_m(\Delta')$ pour les modes $m = 1$ et $m = m_*$ sont tracés sur la figure 4.1.1. Les paramètres sont tels que $m_* \gg 1$ dès que $\Delta' \lesssim 1.16$. À $\Delta' = -0.45$, par exemple, $m_* = 17$ et un nombre important de modes instables sont présents. En outre, l'instabilité linéaire dominante à $m = 1$ est l'interchange lorsque $\Delta' \lesssim 1.16$. Cette situation ne se manifeste pas bien-sûr lorsque la courbure κ descend en dessous d'une valeur critique κ_c où l'interchange résistif est stable.

4.2. L'instabilité de déchirement magnétique dans l'expérience numérique

Avant d'étudier, l'impact de l'instabilité d'interchange sur les îlots magnétiques, il faut clarifier les propriétés de ces îlots en l'absence de turbulence, en particulier dans le cadre du modèle utilisé. Il faut, en fait, commencer par mettre en évidence les différences que ce modèle slab pourrait induire, en termes de caractérisation d'un îlot magnétique, avec des situations encore plus simplifiées mais étudiées de façon extensive où les fluctuations de pression et les termes de courbures sont négligés (voir [78] et les références qu'il contient). En outre, il faut regarder dans quelle mesure le mécanisme classique d'aplatissement de l'îlot, basé sur des hypothèse de diffusion anisotropique est valide et/ou modifié [38]. Nous allons donc focaliser notre intérêt sur une situation où le mode $m = 1$ de déchirement magnétique est fortement dominant, à savoir le cas où $\Delta' = 4.02$.

4.2.1. Génération d'un écoulement zonal (zonal flow local ou ZFL) au niveau de la résonance. Nous avons montré [90] que les termes de courbures génèrent non linéairement un écoulement poloïdal (ZFL) dont la source est le transfert d'énergie magnétique depuis le mode de déchirement $m = 1$ via le tenseur de Maxwell. Une image du ZFL est montré dans la figure (4.2.1) (graphe en haut à gauche) où on observe son caractère légèrement asymétrique en terme de parité. En fait ce dernier oscille radialement au cours du temps. En outre le ZFL accumule la majeure partie de l'énergie cinétique comme on peut le constater sur le spectre d'énergie (graphe en haut à droite) calculé au même instant.

En fait l'origine du ZFL provient des termes de courbure car ils induisent une brisure de symétrie, en terme de parité [132] dans la structure du mode de déchirement. Cela contraste avec le modèle minimal induisant l'instabilité de déchirement, sans terme de courbure donc, où les ZFL ne sont pas générés de par la structure particulière du mode de déchirement. En effet, à la fois dans le régime linéaire et le régime non linéaire on a les symétries suivantes $\exists y_\star : \forall \delta y, \psi(x, y_\star + \delta y, t) = \psi(x, y_\star - \delta y, t)$ et $\phi(x, y_\star + \delta y, t) = -\phi(x, y_\star - \delta y, t)$. Cela implique que $\int_0^{L_y} dy[\psi, j] = \int_0^{L_y} dy[\phi, \omega] = 0$ et par conséquent $v_{0y} = \omega_0 = 0$ si cela est vrai initialement. Dans le modèle (4.0.1-4.0.3), cette symétrie n'est pas présente pour le mode déchirement. On peut l'observer sur le graphe montrant un zoom de la carte de pression, Fig.(4.2.1), dans la phase linéaire. L'origine de cette absence de symétrie est simple. En effet, premièrement, le terme de rayon de Larmor fluide et le tenseur de Maxwell génèrent au voisinage de la surface résonante, respectivement, des fluctuations de pression et de vorticité. Le potentiel électrique résultant, qui dépend aussi des conditions de bord, n'est pas localisé. Deuxièmement, les fluctuations de pression sont aussi amplifiées par les termes diamagnétique et de courbure qui sont proportionnels à ϕ , et non   ω , et p , plus précisément proportionnelles à de $\partial_y p$ et/ou $\partial_y \phi$. Par conséquent, ils contiennent aussi une contribution non localisée d'extension radiale approximativement égale à celle de la cellule de potentiel. En outre, ces contributions brisent la parité dans la direction poloïdale car si ϕ et p avaient la même parité à un instant donné (comme dans le cas du modèle minimal), alors la parité induite par $[\phi, p]$ serait l'inverse de celle induite par $\partial_y p$ ou $\partial_y \phi$. Dans l'équation d'évolution de la vorticité, on a le même mécanisme de brisure lié à la présence du terme de courbure proportionnel à $\partial_y p$. Il s'ensuit que le mode de déchirement

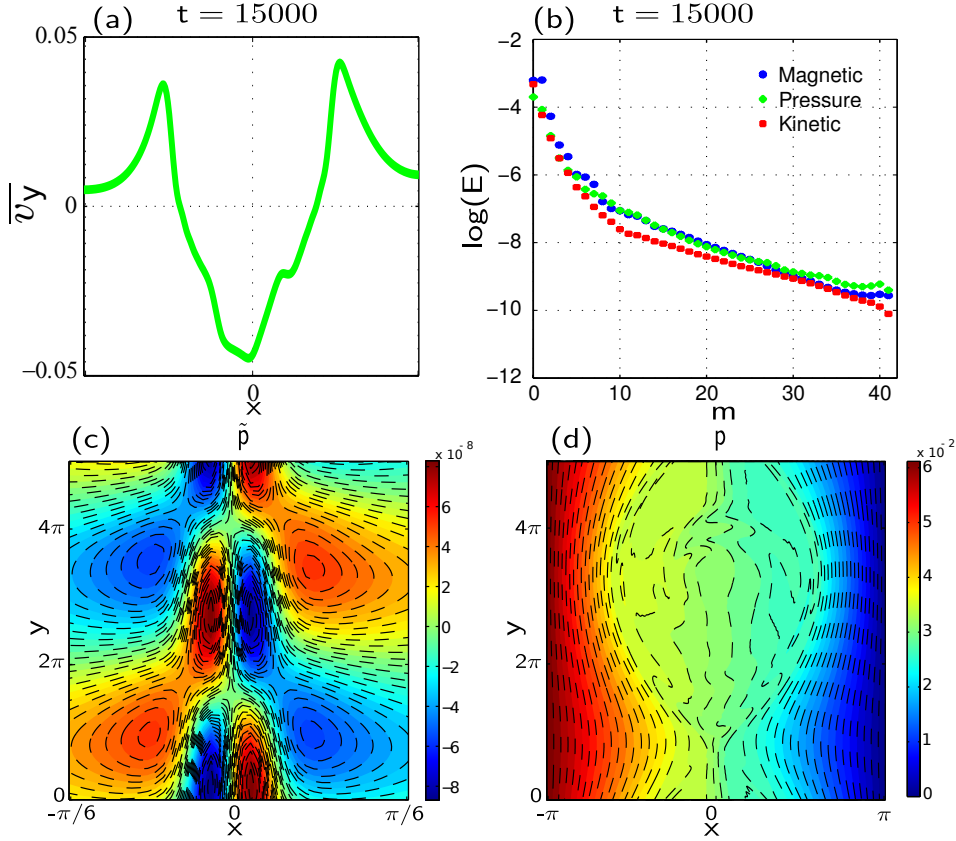


FIGURE 4.2.1. $\Delta' = 4.02$. (a) ZFL à $t = 15000$. (b) Spectres en énergie dans la phase non linéaire à $t = 15000$. (c) Instantanée du champ des fluctuations de pression (zoom), dans la phase linéaire à $t = 3000$. (d) Instantanée du champ de pression à $t = 10^5$.

$m = 1$, non seulement, génère non linéairement un ZFL, mais aussi induit une modification du profil de pression, les fluctuations moyennées poloïdalement étant non nulles.

4.2.2. Modification du profil de pression et conductivité thermique implicite.

Les modifications du profil de pression induites par le mode de déchirement contribuent à l'aplatissement de la pression à l'intérieur de l'îlot observée sur le dernier graphe de la figure 4.2.1. Il est important de regarder l'origine de cet aplatissement pour deux raisons. La première est de voir dans quelle mesure la théorie classique d'aplatissement de l'îlot [38] est en accord avec la dynamique de notre modèle. Dans cette théorie, on suppose d'une part qu'il n'y a ni source ni puits de chaleur et par conséquent que la divergence du flux de chaleur est nul : $\chi_{\parallel} \Delta_{\parallel} p + \chi_{\perp} \Delta_{\perp} p = 0$. D'autre part, on suppose que la largeur de l'îlot satisfait $w \gg w_c$ et par conséquent que $p = p(\psi)$ (voir la note de bas de page 4 du chapitre 1). Nous n'avons pas de coefficient de diffusion parallèle explicite dans notre modèle. De plus, les fluctuations de

pressions sont entraînées par le plasma à travers le terme d'advection, influencés par les effets de courbure, la modification du profil de pression et les effets de rayon de Larmor fluide finis. Il convient donc de discriminer le mécanisme pertinent qui induit cet aplatissement et de raccorder cela, éventuellement, à la théorie présentée dans [38] et donc de la valider. La deuxième raison est que si on veut à terme extraire une signature de la turbulence dans la génération d'îlot (nous y reviendrons), il faut maîtriser la situation lorsqu'il n'y a pas de turbulence.

En fait, le modèle contient implicitement une diffusivité parallèle [100] égale à $\chi_{\parallel} \equiv \eta^{-1} \hat{\rho}^2$ et par conséquent, il convient de savoir si cela explique l'aplatissement de l'îlot lorsque ce dernier devient bien plus grand que la taille critique $w_c = \sqrt{8}(\chi_{\perp}/\chi_{\parallel})^{1/4} \sqrt{a/k_y}$ ³. L'opérateur Δ_{\parallel} est en fait $[\tilde{\psi}, [\tilde{\psi}, \cdot]]$ comme on peut le voir en prenant la limite électrostatique $d\psi/dt = 0$. La conductivité parallèle du modèle est en fait égale à la conductivité collisionnelle parallèle v_{Te}^2/ν_{ei} puisque

$$(4.2.1) \quad \chi_{\parallel} = v_{Te}^2/\nu_{ei} \frac{\tau_A}{L_s^2} = v_{Te}^2/\nu_{ei} \frac{1}{v_A L_s^2} = \frac{T_e}{\eta n_e c^2} \frac{\mu_0 n m_i}{B^2} \frac{v_A}{L_s} = (\eta/\mu_0)^{-1} \hat{\rho}^2 \frac{\tau_A}{L_s^2}.$$

v_{Te} est la vitesse thermique électronique et $\nu_{ei} = \eta \frac{n_e e^2}{m_e}$ la fréquence de collision électrons-ions donnée par la formule de Spitzer et $v_A = \sqrt{B^2/\mu_0 n m_i}$ la vitesse d'Alfvén. On peut néanmoins se demander dans quelle mesure l'écoulement cisailé poloïdal ExB, qui entraîne naturellement l'îlot par advection du flux magnétique, contribue aussi au mécanisme d'aplatissement. Ainsi dans le terme de convection des fluctuations de pression $[\phi, p]$, la partie liée au ZFL qui est en $\phi'_{m=0} \partial_y p$ tend à entraîner aussi les fluctuations de pression à la vitesse de l'îlot. Néanmoins, comme $\phi'_{m=0}(x)$ n'est pas uniforme, il ne s'agit pas d'une simple advection et il est envisageable que l'écoulement cisailé, qui n'est pas pris en compte dans le modèle de Fitzpatrick, influe indirectement sur la nature de l'aplatissement. Afin de clarifier le rôle de cet écoulement et de la diffusivité parallèle implicite, considérons en premier lieu les termes dominants dans l'équation d'évolution de la pression. On obtient numériquement que lorsque l'instabilité de déchirement domine la dynamique, i.e. quand Δ' est suffisamment grand pour que la turbulence petite échelle soit négligeable, la contribution proportionnelle à $\hat{\rho}^2$ domine dans l'équation d'évolution de la pression : Dans le régime non linéaire, on a les ordres de grandeurs caractéristiques suivant

3. La largeur critique de l'îlot w_c est celle où les termes de diffusion perpendiculaire et parallèle se compensent, autrement dit lorsque $\chi_{\perp} \Delta_{\perp} p \approx \chi_{\parallel} [\psi, [\psi, p]]$. Cela s'écrit aussi $\chi_{\perp} (4/w_c^2) p \approx \chi_{\parallel} B_0^2 k^2 p$ où $B_0(x) = \tanh(x/a)$ est calculé à la mi-largeur $x_* = w_c/2$, d'où la formule.

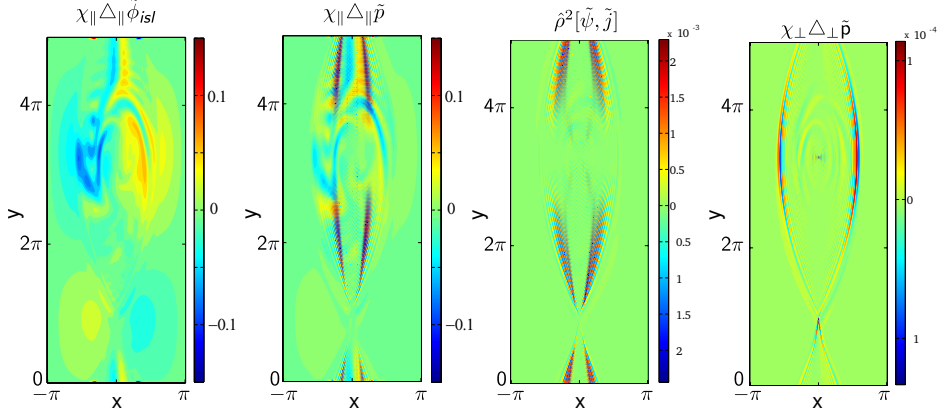


FIGURE 4.2.2. $\Delta' = 4.02$, $t = 10^5 \tau_A$. Contributions perpendiculaires et parallèles dominantes dans l'équation d'évolution de la pression.

$\partial_t p \sim \rho_*^2[\psi, j - j_0] \sim 3.10^{-3} \gg [\phi, p] \sim 3.10^{-4} \geq$ autres contributions ($\Delta' = 4.02$). Afin de voir si la structure radiale de l'écoulement zonal a un rôle dans l'aplatissement, il est pertinent de se placer dans le repère de l'îlot. On introduit dans ce but les quantités $\tilde{p}(x, y_{isl}, t) = p(x, y, t)$ où $y_{isl} = y - v_{isl}t$ et $\tilde{\phi}_{isl} = \tilde{\phi} - v_{isl}x$. $v_{isl}(t)$ est la vitesse de l'îlot qui est essentiellement la somme des vitesses diamagnétiques et ExB moyennes au voisinage de la surface résonante, en ne négligeant pas leurs contributions non linéaires [90]. Dans le repère de l'îlot, en régime non linéaire et en s'appuyant sur la loi d'Ohm, on obtient

$$(4.2.2) \quad \partial_t \tilde{p} \sim \chi_{\parallel} \Delta_{\parallel} (\tilde{p} - \tilde{\phi}_{isl}) + \chi_{\parallel} [\tilde{\psi}, \partial_t \tilde{\psi}] + \chi_{\perp} \Delta_{\perp} \tilde{p}.$$

Il est intéressant de noter que en termes d'amplitudes $\Delta_{\parallel} \tilde{\phi}_{isl} / \Delta_{\parallel} \phi \sim 10^{-2}$ dans ce régime. Néanmoins, en évaluant les quantités physiques dans le repère de l'îlot, on élimine la part du potentiel électrostatique qui entraîne l'îlot à la vitesse ExB du plasma, ce qui va nous permettre d'évaluer son rôle dans le processus d'aplatissement.

Dans la figure 4.2.2 sont affichés des instantanés des champs qui composent le laplacien parallèle. Premièrement, on observe qu'aux échelles spatiales intermédiaires, il y a une tendance du système à converger vers une situation d'équilibre quasi-statique $\Delta_{\parallel} (\tilde{p} - \tilde{\phi}_{isl}) \approx 0$. Autrement dit la diffusion des fluctuations de pression le long des lignes de champs tend à être compensé par celle des fluctuations de potentiel électrostatique, dans le repère de l'îlot, ce qui relève d'une réponse quasi-adiabatique dans la direction parallèle. Il faut cependant souligner que le crochet $\chi_{\parallel} [\tilde{\psi}, \partial_t \tilde{\psi}]$ ne peut être négligé, même dans la dynamique asymptotique, et en particulier à ces échelles. En effet, alors que les fluctuations magnétiques sont entraînées dans la direction

poloïdale par la somme de la vitesse ExB du plasma et la vitesse diamagnétique, celles de pression tendent à n'être advectées que par l'écoulement. La stabilité structurelle de l'îlot, *i.e.* le fait que l'ensemble des fluctuations doit essentiellement être entraînées à la même vitesse, impose la génération permanente de fluctuations au voisinage de la séparatrice et à l'intérieur de l'îlot. Ces fluctuations non négligeables, que nous qualifions de structurelles, ne sont pas considérées dans le modèle de Fitzpatrick. À noter aussi que, pour partie, ces fluctuations sont aussi générées par l'instabilité interchange aux petites échelles, mais le taux de croissance étant extrêmement faible à Δ' grand cela reste largement marginal et influe peu sur la dynamique et la largeur de l'îlot. Deuxièmement, et c'est un point important, seules les fluctuations de *pression* alignées le long des lignes de champ, au travers de $\nabla_{\parallel} p$, contribuent in fine au terme $\hat{\rho}^2[\tilde{\psi}, \tilde{j}]$ et par conséquent à l'aplatissement de l'îlot (voir Fig.(4.2.2)). Les autres fluctuations, celles aux échelles intermédiaires qui sont clairement visibles dans les deux premiers graphes de la figure (4.2.2) se compensent fortement et sont donc absentes après addition dans le terme $\hat{\rho}^2[\tilde{\psi}, \tilde{j}]$, explicité dans le repère de l'îlot. On peut donc s'attendre à ce que, statistiquement, elles n'influent sur la dynamique que comme un modulateur de la rotation de l'îlot. Les fluctuations de pression alignées le long des lignes de champs varient fortement dans la direction orthogonale et l'opérateur Δ_{\perp} joue naturellement un rôle de régularisation de ces dernières. Ajoutons qu'au niveau des séparatrices et du point X, la diffusion perpendiculaire, qui est par au moins un facteur trois plus importante que les termes convectifs et linéaires, ne peut être négligée. On peut donc conclure que la dynamique des fluctuations de pression dans l'îlot est gouvernée par

$$(4.2.3) \quad \chi_{\parallel} \Delta_{\parallel} \tilde{p} + \chi_{\perp} \Delta_{\perp} \tilde{p} \sim 0 .$$

En outre, une façon indirecte de voir que les fluctuations structurelles n'invalident pas le modèle Fitzpatrick et l'équation (4.2.3) est de considérer la forme des harmoniques du mode de déchirement instable. En effet, théoriquement [38], les premiers harmoniques ($m > 1$) devraient être localisés au voisinage et à l'intérieur de l'îlot, maximal vers l'extrémité radiale de l'îlot ($x \approx w/2$), devenir rapidement négligeable lorsqu'on s'éloigne de l'îlot, et enfin, d'amplitudes ne décroissant pas rapidement avec le nombre d'onde m . Hors, il pourrait y avoir une amplification ou un affaiblissement des premières harmoniques par couplage avec les fluctuations structurelles. La figure (4.2.3) montre que ce n'est pas le cas pour les premières harmoniques

$m \leq 4$, le ratio des amplitudes des modes de pression $A_{p_{m>1}}/A_{p_1}$ étant compatible avec les prédictions. Si on compare la structure des modes avec la figure idoine de la publication théorique [38], on peut observer néanmoins quelques différences, en particulier il n'y a pas de décroissance rapide des modes vers zéro lorsque $x/w \rightarrow 0$ mais le maintien d'un niveau de fluctuations dans l'îlot, probablement lié aux fluctuations structurales à large Δ' . Sur le graphe, il est indiqué aussi la fonction propre théorique du mode de déchirement à l'extérieur de l'îlot dans la limite $w \ll x \ll L_x$. Dans notre cas, on n'a pas $w/L_x \ll 1$ strictement et donc les effets de bords peuvent influencer sur la décroissance du mode à l'extérieur de l'îlot, mais cette courbe montre que l'on a l'ordre de grandeur attendu au bord de l'îlot.

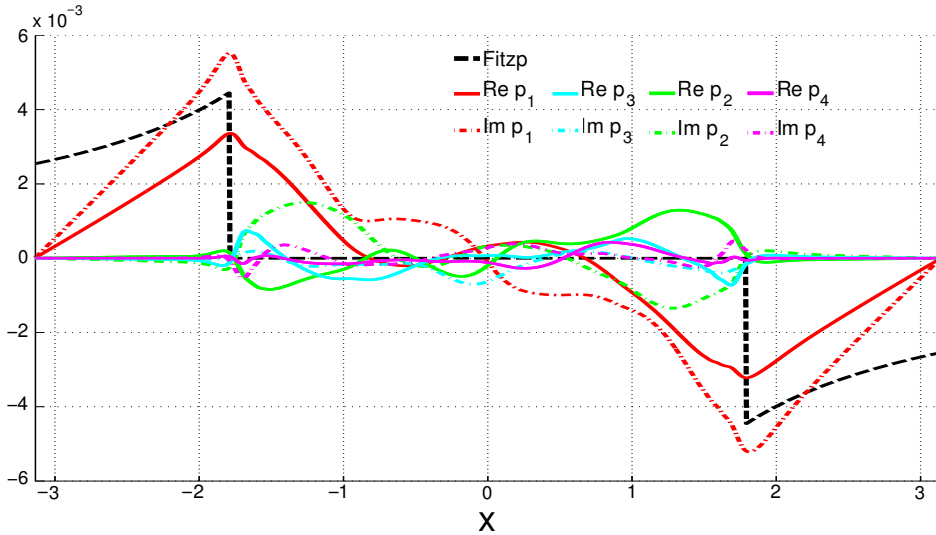


FIGURE 4.2.3. Fonctions propres des fluctuations de pression pour $\Delta' = 4.02$ et $t = 40000\tau_A$.

4.3. Mécanismes de cohabitation entre un îlot magnétique et des modes d'interchange au voisinage d'une surface faiblement rationnelle

4.3.1. Génération d'îlots magnétiques par une turbulence fluide. La figure (4.1.1) indique clairement que quelque soit le signe de Δ' , un mode grande échelle est généré avec la parité du mode de déchirement. Il existe une valeur seuil de Δ' , $\Delta'_s \approx 1.7$: Lorsque $\Delta' \gtrsim \Delta'_s$, l'instabilité linéaire de déchirement magnétique domine la dynamique et génère un îlot magnétique, ce que nous avons discuté à la section précédente. Lorsque $\Delta' \lesssim \Delta'_s$, comme illustré sur la figure (4.3.1)[92], un îlot magnétique apparaît encore mais l'énergie libre qui en

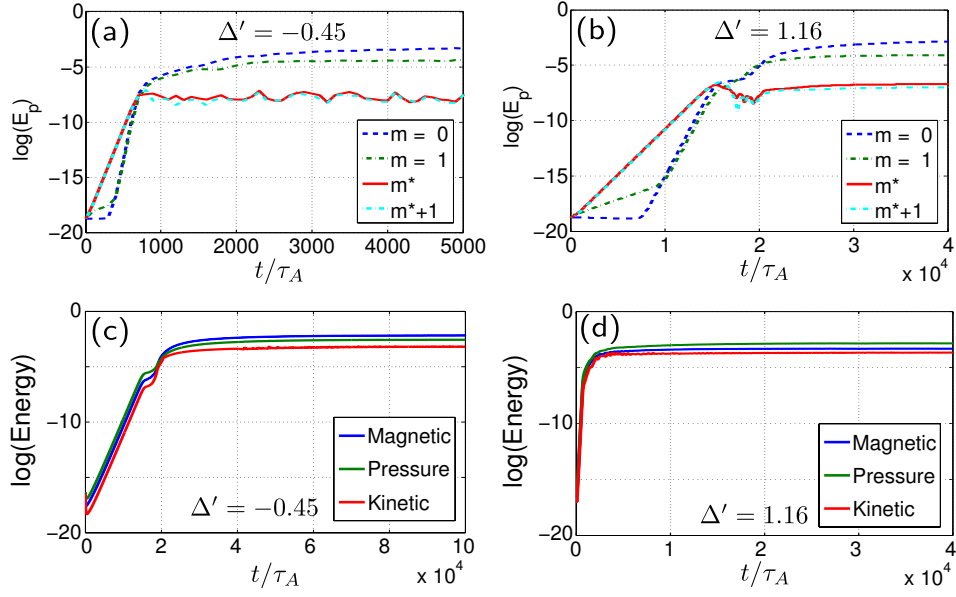


FIGURE 4.3.2. [Haut] Évolution temporelle de l'énergie des fluctuations de pression des modes $m = \{0, 1, m^*, m^* + 1\}$ permettant d'observer l'accélération de la croissance exponentielle au taux $2\gamma_{m^*}$ dans la phase quasi-linéaire des modes grandes échelles et le début de la phase non linéaire : $\Delta' = -0.45$ (gauche) et $\Delta' = 1.16$. (droite). [Bas] Évolution temporelle de fluctuations d'énergie cinétique $E_k(t)$, de pression $E_p(t)$ et magnétiques $E_m(t)$: $\Delta' = -0.45$ (gauche) et $\Delta' = 1.16$. (droite).

est à l'origine provient principalement d'une source différente. Il est en fait induit par les modes interchanges les plus instables dès la phase quasi-linéaire.

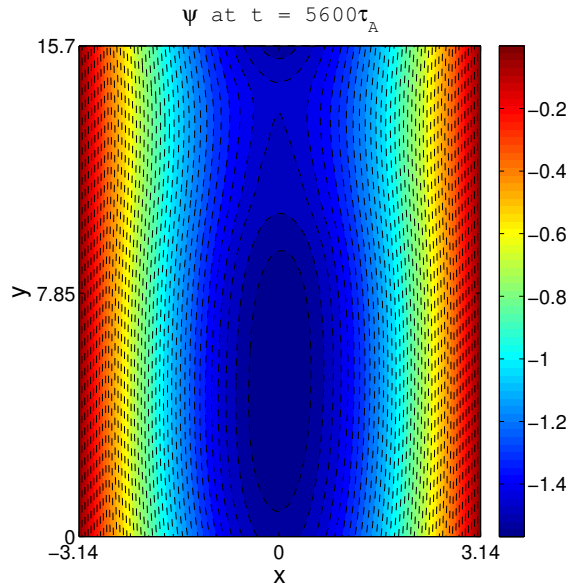


FIGURE 4.3.1. $\Delta' = -0.45$. Instantané du flux magnétique dans la phase non linéaire à $t = 5600\tau_A$ montrant la présence d'un îlot magnétique

Lorsque $\Delta' < 0$, la seule source d'énergie est d'origine interchange. La figure (4.3.2) montre que les fluctuations de pression dominant en terme d'intensité énergétique tandis que dans le cas $\Delta' > 0$ ceux sont les fluctuations magnétiques. Il est aussi tracé l'évolution temporelle des fluctuations d'énergie sous forme de pression des modes interchanges ($m = m^*$ est par définition le mode interchange le plus instable) et des modes des grandes échelles $m \leq 1$. Les évolutions temporelles en termes d'énergie cinétique ou/et magnétique sont similaires. On observe que les modes grandes échelles dominant énergétiquement asymptotiquement et qu'ils ont une phase de croissance exponentielle accélérée au sortir de leurs phases linéaires. Cela est clairement visible pour le mode $m = 1$ à $\Delta' = 1.16$, où dans un premier temps l'instabilité de déchirement est à l'origine de la croissance linéaire du mode avant (peu avant $10^4 \tau_A$) de brusquement subir une accélération de sa croissance. Nous appellerons cette phase la phase quasi-linéaire (PQL). Les taux de croissances non linéaires peuvent donc être calculés durant cette phase et ont été reporté sur la figure (4.1.1) afin de les comparer aux valeurs linéaires. Les couleurs des points indiquent la parité des modes et par conséquent leur origine : l'interchange résistifs génère des modes $\psi_m(x, t)$, $\phi_m(x, t)$, $p_m(x, t)$ de parités respectives (impaire, paire, paire) par rapport à x , la surface résonante étant $x = 0$. L'instabilité de déchirement magnétique génère des modes de parité exactement inverse, i.e. (paire, impaire, impaire). Dans la phase PQL, lorsqu'elle existe, la nature des modes grandes échelles est systématiquement de type déchirement magnétique : le système change de parité en entrant dans cette phase, dans la mesure où il était faiblement instable d'un point de vue de l'interchange ($\gamma_1^L / \gamma_m \ll 1$ en général). Une conséquence directe de ce fait est qu'un îlot magnétique est généré non linéairement de façon systématique. Les taux de croissance des modes interchanges ne sont pas modifiés dans cette phase qui prend fin lorsque les modes grandes échelles dépassent énergétiquement les modes interchanges. On observe clairement, une stabilisation du niveau d'énergie des modes interchanges à ce moment là tandis que ceux des grandes échelles continuent de croître pour finalement dominer. Nous y reviendrons. Cette phase PQL se caractérise par une propriété simple et claire $\gamma_1^{NL} \sim \gamma_{m_*} + \gamma_{m_* \pm 1} \sim 2\gamma_{m_*} > \gamma_1^L$, ce qui est montré sur la figure (4.1.1). Elle indique qu'un battement des modes interchanges $m \sim m_*$ est à l'origine de la formation de l'îlot aux grandes échelles dans la phase quasi-linéaire. La valeur seuil Δ'_s en dessous de laquelle ce mécanisme alimente majoritairement la dynamique des grandes échelles correspond

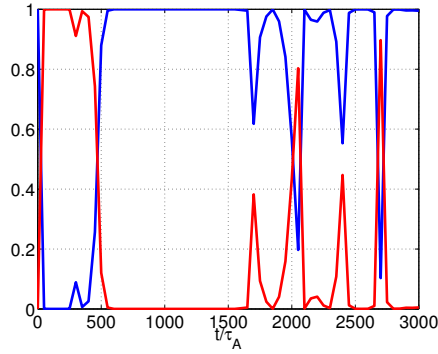


FIGURE 4.3.3. Évolution temporelle des quantités $\text{tear}_1(t)$ (bleu) et $\text{interch}_1(t)$ (rouge) à $\Delta' = -0.45$.

au moment à la situation $2\gamma_{m_*} = \gamma_1^L$. Soulignons, ce qui a été vérifié, qu'à aucun moment une instabilité secondaire liée à la modification du profil d'équilibre n'est induite, par exemple celle de déchirement magnétique à $m = 1$ et par conséquent change la nature de l'énergie libre qui nourrit le système.

En fait, les termes non linéaires des équations (4.0.1–4.0.3) sont tels que si initialement il y a un bain linéaire de modes interchange aux petites échelles, notés int_{ss} , leurs interactions mutuelles via les termes quadratiques de (4.0.1–4.0.3) ne peuvent résulter qu'en la génération non linéaire de mode de type déchirement au niveau des grandes échelles, que nous noterons tear_{ls} . De façon synthétique *tous* les crochets de Poisson satisfont $\{\text{int}_{ss}, \text{int}_{ls}\} \rightarrow \text{tear}_{ls}$. Cette structure des équations est à l'origine de la brisure de symétrie. Aucun crochet n'agit donc pour modérer l'inversion de symétrie ou la rendre mixte et donc détruire les symétries des modes grandes échelles, même dans la phase non linéaire. Cela s'observe clairement dans la figure où on quantifie le niveau de parité d'un mode $m = 1$ en fonction du temps en introduisant les quantités $\text{tear}_m(t) = \langle \psi_{m,\text{pair}}^2 \rangle_x / \langle \psi_m^2 \rangle_x$ et $\text{interch}_m(t) = \langle \psi_{m,\text{impair}}^2 \rangle_x / \langle \psi_m^2 \rangle_x$. Le crochet $\langle . \rangle_x$ désigne une moyenne sur x , $\psi_{m,\text{pair}}(x, t) = (\psi_m(x, t) + \psi_m(-x, t))/2$ et $\psi_{m,\text{impair}}(x, t) = (\psi_m(x, t) - \psi_m(-x, t))/2$. Ainsi, pour un mode de déchirement magnétique $\text{tear}_m(t) = 1$ et $\text{interch}_m(t) = 0$, et c'est bien-sûr l'inverse pour un mode interchange. Par construction, $\text{tear}_m(t) + \text{interch}_m(t) = 1$ à tout temps et quelque soit le mode m . Pour le mode $m = 1$, on observe clairement l'établissement de la parité de déchirement durant la phase PQL et quelques fluctuations du niveau de parité dans le début de la phase quasi-linéaire, qui disparaissent sur les temps longs.

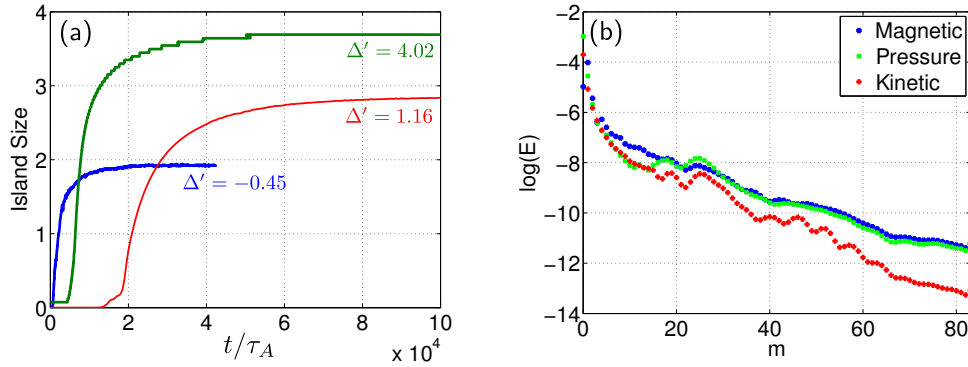


FIGURE 4.3.4. [Gauche] Taille d'îlot en fonction du temps pour différents Δ' . [Droite] Spectres à $t = 40000\tau_A$ et $\Delta' = -0.45$.

En terme de tailles d'îlot, il est fondamental de regarder dans quelle mesure la turbulence peut générer un îlot graine suffisamment grand, susceptible d'engendrer un NTM comme nous l'avons discuté aux chapitres précédents. Sur la figure (4.3.4), on voit bien que cette taille n'est pas négligeable comparé aux cas $\Delta' > 0$. Néanmoins, il se peut que la physique des NTM qui n'est pas inclus dans le modèle présent abaisse cette taille. Nous avons commencé ce travail et nous trouvons en fait ce n'est pas le cas[93]. Au contraire, la taille de l'îlot graine induite par la turbulence est fortement amplifiée en présence de courant de bootstrap et donne lieu à un NTM. On peut aussi se demander si dans un cadre où la surface résonante n'est pas unique, l'îlot graine peut pousser. En particulier, on peut s'attendre à ce que les transferts d'énergie soient moins efficaces en géométries à hélicités multiples. Au prochain chapitre nous essaierons d'être plus quantitatif sur cette question où nous étudierons l'impact d'une turbulence de bord, distante donc de la surface rationnelle $q = 2$, sur la génération d'un îlot (2, 1).

4.3.2. Structure des petites échelles. À l'inverse, on peut s'interroger sur la nature des modes aux petites échelles en présence d'un îlot ? Le graphe de droite de la figure (4.3.4) montre un spectre à $\Delta' < 0$. On y observe, d'une part, un relèvement énergétique au voisinage de $m \approx 20$, *i.e.* aux échelles interchange où l'instabilité continue de nourrir le système. D'autre part, il y a une équipartition énergétique entre les fluctuations de pression et magnétiques aux échelles inférieures. Dans cette bande, l'énergie cinétique est négligeable. La présence du terme proportionnel à $\hat{\rho}^2$ dans l'équation de la pression et du terme diamagnétique dans la loi d'Ohm indique que alors, idéalement, des ondes satisfont $p_m^2/\hat{\rho}^2 \sim \psi_m^2$. Elles sont structurellement similaires aux ondes d'Alfvén : Au voisinage d'une position radiale donnée, elles sont

portées par le champ magnétique grande échelle et ont une vitesse de phase $v_\phi \equiv \omega/k = \pm \hat{\rho} \psi'_0$. L'équipartition a donc un caractère Alfvénique puisque on retrouve non linéairement cette relation dans le spectre. En d'autres termes les interactions non linéaires de ces ondes sont négligeables comparés avec leur interaction avec le champ magnétique porteur. À l'inverse il semble exister une bande incluse dans $]4, m^*[$, où l'équipartition se joue entre les fluctuations cinétiques et de pression. À toutes les échelles sauf $m = 0$, les fluctuations magnétiques dominant, autrement dit la structure non linéaire de l'îlot concentre la majorité de l'énergie. Dans la bande $]4, m^*[$, la relation $p_m^2/\hat{\rho}^2 \sim v_m^2 \ll \psi_m^2$ est moins évidente : du fait de sa position intermédiaire entre les grandes échelles et celles où la source d'énergie libre interchange libère la majeure partie de son énergie, les transferts d'énergie via les non linéarités sont multiples et non réductibles à un simple mécanisme d'Alfvénisation. D'ailleurs, en écrivant que le tenseur de Maxwell domine et en le linéarisant, on a alors $\omega(\Delta\phi)_m \sim k\psi'_0\psi_m$, $\omega p_m \sim k\hat{\rho}^2\psi'_0\psi_m$, soit encore $k^2\phi_m \sim v_m/k \sim p_m/\hat{\rho}^2$, ce qui ne correspond pas au spectre observé. Par contre, il semble raisonnable de penser que la relation d'ordre $p_m^2/\hat{\rho}^2 \sim v_m^2$ indique qu'en premier approximation la structure nonlinéaire du champ magnétique qui va jusqu'aux échelles interchange est dans un état proche de l'équilibre et est relativement insensible aux fluctuations périodiques qui parcourent ses lignes de champ, soit $[\psi, j] \approx 0$. Dans le repère de l'îlot, on pourrait donc avoir $-\Delta\psi = \langle J_0(x)(\partial\psi/\partial x)^{-1} \rangle / \langle (\partial\psi/\partial x)^{-1} \rangle - J_0(x)$ [122]. Le crochet désigne ici une moyenne sur les lignes de champ. Le résidu du crochet $[\psi, j]$ n'est à priori pas négligeable comparé aux autres termes dans les équations de vorticité et de pression et il ne s'agit donc pas d'une turbulence électrostatique baignant dans une structure magnétique figée.

D'un point de vue structure non linéaire des équations, on a la propriété que *tous* les crochets de Poisson satisfont $\{\text{tear}, \text{tear}\} \rightarrow \text{tear}$. Seule la combinaison d'un mode interchange et de déchirement renforce le caractère interchange du mode $\{\text{tear}, \text{int}\} \rightarrow \text{int}$. On peut donc s'attendre à ce l'îlot généré aux grandes échelles modifie la structure des modes des petites échelles par couplage avec les modes interchange. C'est précisément ce qui est observé sur la figure (4.3.5). Sur le graphe de gauche, on observe qu'il y a en apparence une inversion chaotique de la parité au cours du temps dès le milieu de la phase PQL. Statistiquement cependant, en moyenne temporelle, la symétrie interchange des modes des échelles interchange s'amenuise progressivement (graphe de droite). Au final la turbulence des petites échelles se caractérise

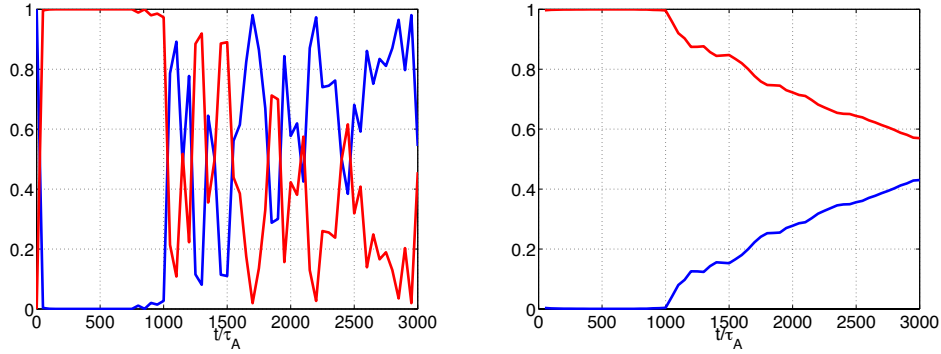


FIGURE 4.3.5. $\Delta' = -0.45$. [Gauche] Évolution temporelle des quantités $\text{tear}_{m^*}(t)$ (bleu) et $\text{interch}_{m^*}(t)$ (rouge). [Droite] Valeur moyenne au cours du temps sur le même intervalle temporel.

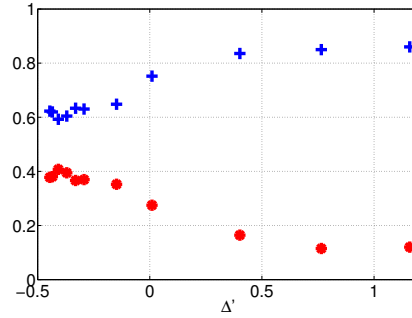


FIGURE 4.3.6. Valeur moyennée dans le temps de $\langle \text{tear}_{m^*} \rangle_{t \rightarrow +\infty}$ (bleu) et $\langle \text{interch}_{m^*} \rangle_{t \rightarrow +\infty}$ en fonction Δ' .

par des modes de parité hybride mais majoritairement de type déchirement quelque soit Δ' , y compris son signe, comme le montre la figure (4.3.6). Cela est bien-sûr logique lorsque l'instabilité de déchirement domine puisque l'ensemble des petites échelles ne reflète que la structure non linéaire de l'îlot magnétique. Cette figure montre en fait, que le moteur non linéaire, même à $\Delta' < 0$, transforme statistiquement plus de 60% de l'énergie non dissipée des petites échelles sous la forme de mode déchirement magnétique que ce qu'elle n'en a reçu sous forme de mode interchange. Ce fait était à priori inattendu car on aurait pu s'attendre que statistiquement les interactions non linéaires aboutissent à un mélange statistique des parités des modes aux petites échelles. Il serait intéressant de regarder si cette proportion dépend du ratio $m^*/m_{\text{îlot}}$, en particulier s'il y a des mécanismes de cascade directe⁴. Néanmoins, le simple

4. Le mot cascade sera employé dans un sens large, i.e. au sens d'un transfert d'énergie net entre des différentes échelles spatiales par couplages multiples de modes. La cascade sera directe si les couplages aboutissent à un transfert net vers les petites échelles et indirecte si il se produit vers les grandes échelles. Le processus de cascade spectrale dans une turbulence (électrostatique) de type interchange a été discuté dans [102].

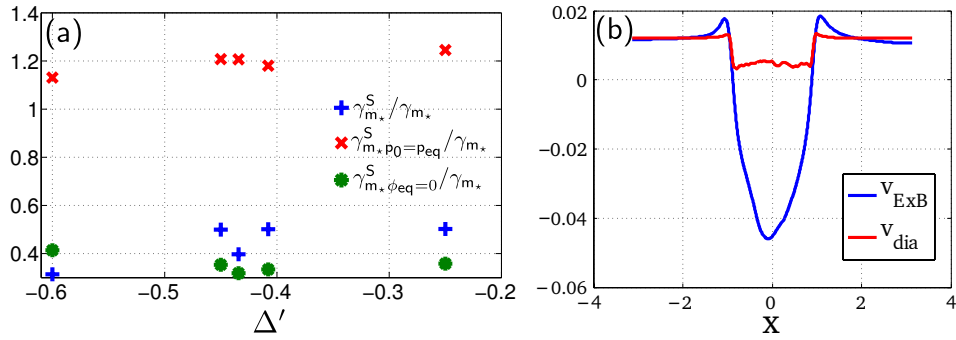


FIGURE 4.3.7. (a) Taux de croissance nonlinéaire en fonction de Δ' . (b) Profil des vitesses diamagnétiques et ExB à $t = 42125\tau_A$ pour $\Delta' = -0.45$

fait qu'une partie de l'énergie généré aux petites échelles soit stockée aux grandes échelles sous forme d'îlot magnétique semble contraindre la nature de la turbulence aux petites échelles.

Ce mécanisme modifie donc substantiellement la nature de la turbulence à ces échelles. Cela a été l'objet de discussions récemment que le lecteur intéressé pourra retrouver dans [91, 92, 66, 82]. En particulier, il se dessine que la génération d'un îlot influe sur les propriétés de transport. Par exemple, dans [82], il est montré que la présence d'un îlot peut déclencher une instabilité de faible longueur d'onde qui devrait influencer les propriétés du transport au voisinage d'un îlot. Dans ce contexte, d'ailleurs, l'existence et le calcul d'une viscosité turbulente a été entrepris dans [72]. En fait, comme la turbulence induit génériquement un ZF, il semble cohérent, non pas d'étudier l'interaction turbulence/îlot mais le jeu à trois acteurs turbulence/ZF/îlot, y compris la dynamique poloïdale de ce dernier.

4.3.3. Dynamique poloïdale d'un îlot et turbulence. L'accumulation d'énergie cinétique aux grandes échelles $m \leq 1$, voir les figures (4.3.4) et (4.3.2), pose en effet la question du rôle du ZF dans la dynamique des petites échelles et de l'îlot. Cela nécessite comme prérequis une analyse de la dynamique de l'îlot, en rotation poloïdale. Rappelons que la fréquence de rotation des îlots générés par déchirement magnétique est modifiée nonlinéairement et a une dépendance forte aux coefficients de transport [97]. Ce point peut avoir des conséquences significatives. Par exemple dans un tokamak, cela ouvre la possibilité que, non linéairement, la rotation de l'îlot et du plasma soit ralentie jusqu'à un blocage de mode avec les modes résistifs de la paroi, ce qui entraînera à son tour une dégradation du plasma et/ou déclenchera une barrière de transport [76]. Néanmoins, la dynamique d'îlots induits par la turbulence n'a pas été étudiée. Regardons ce qu'il en est.

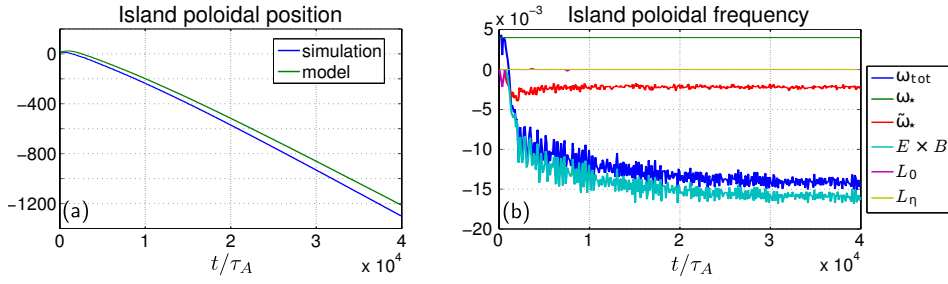


FIGURE 4.3.8. $\Delta' = -0.45$. (a) Position poloïdale de l'îlot en fonction du temps. (b) Fréquences de rotation poloïdale instantanées en fonction du temps. Les différentes contributions du modèle Eq.(4.3.1) sont indiquées.

Classiquement, on peut s'attendre à ce que l'interchange réduise non linéairement la vitesse diamagnétique $p'_0 \equiv p'_{m=0}(x)$ et génère un ZF. Ce dernier devrait altérer le niveau de turbulence au voisinage de l'îlot en abaissant le niveau d'énergie libre utilisé par l'instabilité d'interchange dans le régime non linéaire, quelque soit la nature de l'îlot. La figure (4.3.7) montre en fait, que contrairement à la situation d'une turbulence électrostatique, il n'y a pas de stabilisation par l'écoulement poloïdal cisailé $E \times B$ [136] : La turbulence n'est pas atténuée par ce dernier mais elle l'est par l'abaissement de la vitesse diamagnétique. En fait, premièrement, le graphe montre qu'il y a un rapport $\gamma_{m_*}^s / \gamma_{m_*} < 1/2$ quelque soit Δ' . $\gamma_{m_*}^s$ est le taux de croissance calculé à partir des profils d'équilibre perturbés par la dynamique, moyennés dans le temps, dans la phase non linéaire asymptotique. m_* est resté essentiellement inchangé ($m_*^s \sim m_*$). Deuxièmement, sur le même graphe, on peut observer que lorsqu'on calcule $\gamma_{m_*}^s$ en négligeant les effets diamagnétiques non linéaires, on trouve $\gamma_{m_*, p_0=p_{eq}}^s \sim \gamma_{m_*}$. Les graphes $\gamma_{m_*, p_0=p_{eq}}^s / \gamma_{m_*}$ et $\gamma_{m_*, \phi_0=0}^s / \gamma_{m_*}$ en fonction Δ' montrent que le taux de croissance de l'interchange est fort peu sensible à l'écoulement moyen $E \times B$. En fait l'écoulement moyen est un jet de plasma faiblement cisailé au niveau de la couche résistive qui entoure la surface résonante et où sont générés les modes instables (voir Fig. (4.3.7)). Finalement, on observe que la stabilisation induite par le gradient de pression est tel que le rapport $\gamma_{m_*}^s / \gamma_{m_*} \sim 0.4$ est pratiquement constant à $\Delta' < 0$. Il est donc indépendant du niveau de source d'énergie de l'interchange.

Quantifions maintenant comment ces modifications influencent la rotation de l'îlot lorsqu'il est induit par la turbulence ($\Delta' < 0$). En suivant la démarche de [90], pour discriminer les termes à l'origine de la rotation de l'îlot, nous isolons dans la loi d'Ohm les différentes contributions en termes de fréquences instantanées de rotation moyennées sur la feuille de courant et nous

nous focalisons sur le mode $m = 1$:

$$(4.3.1) \quad \omega_{\text{tot}} = \omega_{\star} + \tilde{\omega}_{\star} + \omega_{E \times B} + \omega_0 + \omega_{\eta} .$$

Les termes de droite sont respectivement les parties linéaires et non linéaires de la fréquence diamagnétique, la fréquence Doppler ExB, la contribution du champ magnétique d'équilibre et celle liée aux effets résistifs. Dans ce modèle on néglige donc les contributions des modes $m > 1$ à la rotation de l'îlot. À partir de cette fréquence instantanée et/ou de la vitesse de l'îlot prédite $\omega_{\text{tot}}/k_{m=1}$, on peut calculer explicitement la position poloïdale de l'îlot en fonction du temps. Dans la figure (4.3.8), une comparaison entre les prédictions du modèle et les positions mesurées montre un bon accord, surtout en considérant que l'intégration est faite sur une large plage temporelle.

Dans le régime nonlinéaire, il y a pratiquement un ordre de grandeur entre $\omega_{E \times B}$ et la contribution diamagnétique : La vitesse $E \times B$ du plasma entraîne l'îlot dans la direction diamagnétique ionique. Cela bien-sûr n'est pas seulement lié à l'aplatissement de la pression dans l'îlot qui réduit la vitesse diamagnétique, mais aussi à l'importance du jet de plasma généré par la turbulence dans lequel la structure magnétique est gelée. La direction de rotation du plasma et donc de l'îlot devrait être liée à de multiples effets. Dans le cas où l'instabilité de déchirement génère l'îlot, il a été montré que cela dépend entre autres des coefficients de transport, une inversion du sens de rotation pouvant être induite par un abaissement du niveau de viscosité. Dans cette étude, nous trouvons que la direction asymptotique de rotation est la même quelque soit Δ' . Avec des valeurs pour les paramètres de courbures moins grands (pas de turbulence), nous avons trouvé une rotation dans la direction diamagnétique électronique [90]. Une observation plus surprenante est la vitesse asymptotique de l'îlot, ou de façon équivalente la durée qu'il met pour effectuer une rotation poloïdale $\tau_{\text{rot}} = k_1 L_y / \omega_{\text{tot}}$, est indépendant de Δ' et par conséquent de γ_{\star} , (voir Fig.(4.3.9)). Il dépend par contre des paramètres de transport tels que la viscosité. Rappelons que pour $\Delta' > \Delta'_s$, l'instabilité de déchirement domine la dynamique de génération de l'îlot et que m_{\star} décroît avec Δ' . En d'autres termes, les niveaux des instabilités d'interchange et de déchirement magnétique ne régulent pas l'amplitude de l'écoulement zonal. Une analyse plus détaillée montre cependant que les fluctuations du ZF sont corrélées à l'intensité de la source d'énergie libre de l'interchange.

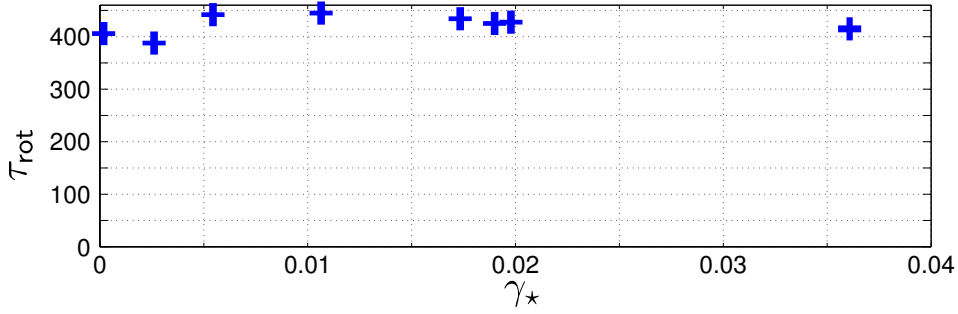


FIGURE 4.3.9. Période de rotation polôidale de l'îlot τ_{rot} en fonction de γ_* .

4.4. Les îlots générés par la turbulence ont-ils une signature particulière ?

4.4.1. De la difficulté de caractériser ces îlots par une signature. Il ressort globalement de l'étude de la section précédente qu'il est important d'étudier le problème de la génération d'un îlot de façon auto-consistante, i.e. où îlots et turbulence influencent mutuellement leurs évolutions. Si on veut aborder ces questions expérimentalement, la première des choses est de trouver la trace de l'origine turbulente des îlots par une signature particulière. Néanmoins, comme nous l'avons vu au chapitre 2, dans ces dernières décennies, les propriétés des îlots magnétiques et les caractéristiques de la turbulence ont été largement étudiées expérimentalement de façon indépendante et la recherche d'une signature n'était pas l'objet des travaux. Peu de papiers théoriques, aussi, ont abordé la question de l'impact de la turbulence sur les échelles MHD [124, 125, 75, 40, 41]. Il s'agissait en fait de réduire la turbulence à un mécanisme de transport anormal, i.e. une amplification des paramètres de transport. Dans [?, 141, 135], le problème a été abordé de façon auto-consistante pour la première fois au sens où îlots et turbulence influencent leurs propres évolutions au travers de leurs interactions mutuelles. Il était montré que la turbulence peut fournir l'énergie libre nécessaire pour modifier la dynamique de l'îlot. Dans [71, 92], la démonstration numérique qu'un îlot peut être généré par une turbulence interchange est faite⁵. Jusqu'à aujourd'hui, il n'y a pas de preuve expérimentale qu'un tel mécanisme est en fait à l'oeuvre, même si cela pourrait donner des explications clefs sur le caractère imprévisible de la génération d'îlot, comme discuté au deuxième chapitre, section 1.3. Rappelons par exemple, que d'un côté les NTM (3,2) au coeur du plasma sont souvent générés par des précurseurs en dents de scie MHD [79]. D'un autre côté, les îlots

5. Une anecdote intéressante est qu'au cours d'une journée de discussion à Kyoto fin 2009, les deux équipes du NIFS (japon) et du laboratoire PIIM ont présentés des résultats montrant la génération d'îlot par la turbulence pour la première fois. Il s'agissait, étonnamment, de travaux disjoints, indépendants.

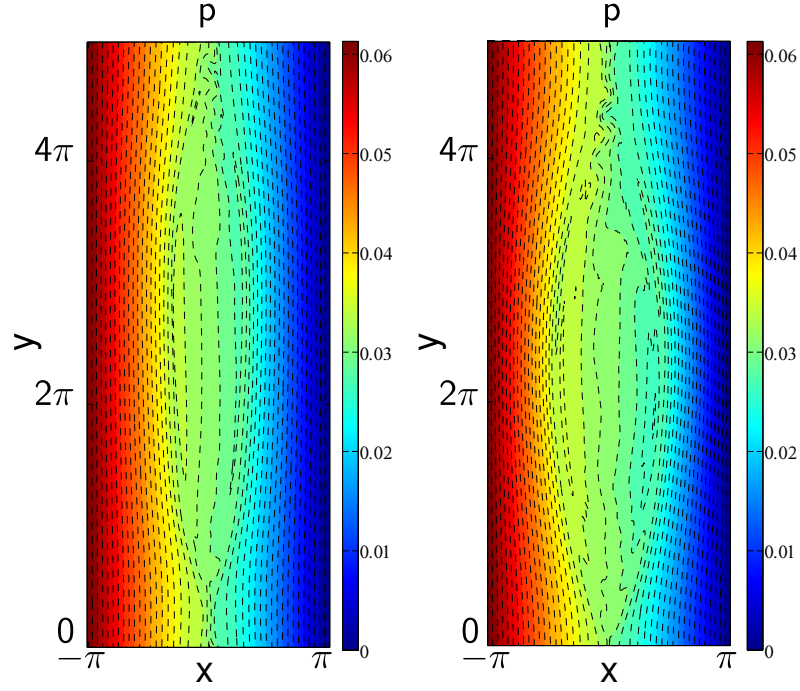


FIGURE 4.4.1. Carte instantanée de pression dans le régime stationnaire : (Gauche) $\Delta' = -0.45$, $t = 4.10^4 \tau_A$. (Droite) $\Delta' = 1.16$, $t = 10^5 \tau_A$.

(2,1) peuvent apparaître sans qu’aucun évènement MHD précurseur ne soit identifié, ni même instabilité de courant induisant un déchirement magnétique déclenchée [70]. Il s’ensuit que la détermination d’une signature spécifique des îlots générés par la turbulence serait importante dans le but d’obtenir une preuve expérimentale de leur existence et d’améliorer les moyens de contrôle de la dynamique des îlots magnétique dans les machines à fusion. Nous recherchons maintenant une signature dans le cadre de notre modèle d’interchange résistif.

Expérimentalement, la détection d’îlot se déduit de l’aplatissement de la densité ou de la température. Comme nous l’avons déjà discuté, cela a consisté à mesurer les profils de températures à différentes positions poloïdales en utilisant des diagnostics ECE ou de diffusion Thomson [48]. Une piste naturelle consiste à regarder les propriétés d’aplatissement de la pression dans notre modèle. Ce dernier est bien observé comme on peut le voir sur les instantanés de la figure (4.4.1). Il y a quelques “chahutages” des lignes isobares au voisinage du point X liés à la turbulence mais leur détection supposerait une précision radiale très importante. On pourrait aussi évoquer le fait que les graines d’îlots générés par la turbulence ont un taux de croissance égal à deux fois celui de l’interchange. Néanmoins, dans le contexte de la physique des tokamaks, cela serait difficile à mesurer parce que cela correspond à un faible niveau de

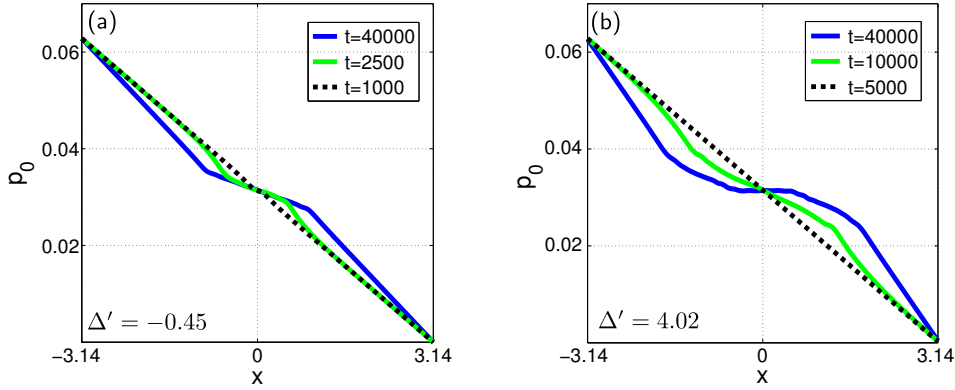


FIGURE 4.4.2. Profils de pressions à différents instants : (Gauche) $\Delta' = -0.45$. (Droite) $\Delta' = 4.02$.

fluctuations magnétiques. La croissance de ces fluctuations continue au sortir de la phase PQL mais alors, cette croissance n'a pas de caractéristique ou signature claire. Enfin, on pourrait aussi vérifier qu'il n'y a pas d'instabilité de déchirement en mesurant le profil de q et donc étudiant la stabilité de l'équilibre. Cela reste fort délicat car, d'une part, de faibles variations de q peuvent modifier la nature stable/instable de cette instabilité et d'autre part, la mesure du profil de q est expérimentalement fort délicate et souffre de faibles précisions [51].

À ce stade donc, nous n'avons pas de moyen de discriminer les îlots générés par une turbulence interchange des autres, y compris en regardant les profils de pressions à différentes positions poloïdales. Avant, de revenir sur cette question, il est opportun de clarifier l'origine de l'aplatissement. En quoi diffère-t'il du cas où il est induit par l'instabilité de déchirement ?

4.4.2. Le caractère interchange du processus d'aplatissement de la pression dès la phase PQL. Les figures (4.3.7-4.3.8) indiquent que la vitesse diamagnétique, non linéairement, ne s'annule pas. En d'autres termes, le profil de pression ne tend pas à devenir parfaitement plat dans l'îlot. Le tracé des profils est donné dans la figure (4.4.2) pour les cas $\Delta' = -0.45$ et $\Delta' = +4.02$ à différents moment de l'évolution de l'îlot : La fin de la phase PQL, i.e. quand les non linéarités sont sur le point de dominer d'un point de vue énergétique, durant la phase non linéaire et dans le régime asymptotique où l'îlot tourne à une vitesse approximativement constante. Dans le cas où l'îlot est généré par l'instabilité de déchirement, il y a un aplatissement clair du profil de pression, en particulier à la résonance, tandis qu'un gradient de pression non nul persiste dans le cas d'un îlot induit par la turbulence. Ce gradient, noté v_\star^s , qui diffère de celui de l'équilibre, reste constant au cours du temps dès qu'on entre dans un

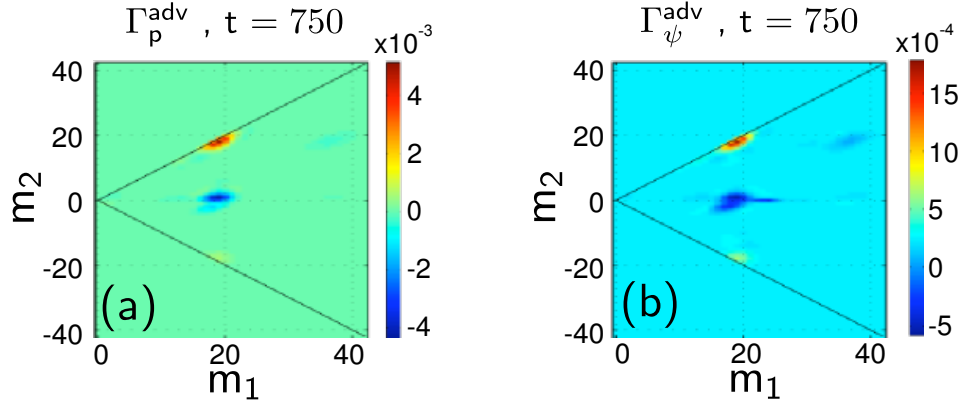


FIGURE 4.4.3. $\Delta' = -0.45$: Transferts d'énergie multi-échelles dominants durant la phase PQL à $t = 750\tau_A$.

régime non linéaire, $v_\star^s/v_\star \sim 0.4$. Cette propriété est vraie essentiellement sur toute l'extension radiale de l'îlot. La présence de tels gradient peut-être observée dans les modèles de diffusion de la chaleur, non turbulent et à divergence de flux de chaleur nulle [123] lorsque w_s/w_c est inférieur à 1. w_c est la taille critique d'îlot au-dessus de la quelle l'aplatissement se produit comme nous l'avons déjà discuté, dans le cas où la diffusivité parallèle est explicitement incluse dans le modèle. Nous allons vérifier que w/w_c est significativement au dessus de 1, même durant la phase PQL. De plus, la figure (4.4.2) montre que la constance du gradient de pression non linéaire est vérifiée, et donc générée, dès la phase PQL et est spécifique aux îlots induits par la turbulence. Cette spécificité peut-être liée au fait qu'en l'absence de gradient de pression, l'instabilité interchange serait stabilisée à l'intérieur de l'îlot, ce qui est en contradiction avec le processus de génération et de maintien d'un îlot grâce à la turbulence. Il s'ensuit que ce gradient devrait être fonction du niveau de la turbulence aux petites échelles et non au rapport des diffusivités ou de w/w_c .

En fait, durant la phase PQL, la modification du gradient de pression au voisinage de la résonance $v_\star \rightarrow v_\star^s$ résulte du couplage des modes interchange, quand Δ' est négatif. Le lien avec les échelles interchanges peut être clairement établi en quantifiant le proportion d'énergie transférée depuis les échelles interchanges vers les plus larges. Plus globalement, nous avons calculé les fonctions de transfert d'énergie entre toutes les échelles ([92],[2]), spécifiquement pour l'équation d'évolution de la pression. Ces fonctions sont notées, respectivement pour les crochets $[\phi, p]$ et $\hat{\rho}^2[\psi, j]$, $\Gamma_p^{\text{adv}}(m_1, m_2, t)$ et $\Gamma_p^{\hat{\rho}}(m_1, m_2, t)$. Elles mesurent l'énergie transférée depuis les modes m_1 et m_2 vers le mode $m = m_1 + m_2$ à travers leurs non linéarités respectives,

i.e. le terme d'advection de la pression par l'écoulement ExB du plasma et celui proportionnel à $\hat{\rho}^2$. Par construction, et par symétrie, la définition des fonctions de transfert sont restreintes au domaine $(m_1 \geq 0, |m_2| \leq m_1)$. Elles satisfont

$$(4.4.1) \quad \frac{dE_p}{dt}(m, t) = L_p(m) + \sum_{m=m_1+m_2} (\Gamma_p^{\text{adv}}(m_1, m_2, t) + \Gamma_p^{\hat{\rho}}(m_1, m_2, t)),$$

où $L_p(m)$ rassemble les contributions des termes linéaires à l'évolution de l'énergie du mode m . L'impact de $\Gamma_p^{\hat{\rho}}$ d'un point de vue énergétique est faible comparé avec $\Gamma_p^{\text{adv}}(m_1, m_2, t)$ et seul ce dernier est présenté sur la figure (4.4.3). Cette figure montre que seulement les échelles interchange contribuent à la génération de fluctuations de pression aux grandes échelles $m \leq 1$ et sont donc à l'origine de la commutation $v_\star \rightarrow v_\star^s$ dans la phase PQL. On peut aussi observer que l'interaction des grandes échelles avec celles d'interchange affaiblit leur propre croissance. Pour être complet quant aux transferts dominants dans cette phase, nous montrons aussi Γ_ψ^{adv} , qui est lié au crochet $[\phi, \psi]$ et est la fonction de transfert dominante pour l'équation d'évolution du flux magnétique. Elle confirme bien que les transferts d'énergie magnétique se produisent aussi depuis les échelles interchange vers les grandes échelles et conduisent à la croissance de l'îlot magnétique.

On peut donc conclure que l'instabilité d'interchange contrôle directement la valeur de v_\star^s dans l'îlot. De ces observations découle qu'une signature caractéristique permettant d'identifier les îlots d'origine turbulente pourrait être la présence d'un gradient de pression fini et non nul dans un îlot dont la largeur dépasserait la taille critique w_c . On peut s'attendre quantitativement à ce que le rapport trouvé à $\Delta' < 0$, $v_\star^s/v_\star \sim 0.4$, ne soit pas universel et une caractérisation paramétrique extensive et dans des conditions plus réaliste serait intéressante.

4.4.3. Mécanisme d'applatissage de la pression dans le régime nonlinéaire.

Dans la phase non linéaire, l'image simple de transferts multi-échelles précédemment décrite n'est plus vraie et une analyse détaillée des mécanismes n'est pas un objectif que nous allons poursuivre. Cependant, un des points notables est que le crochet $[\phi, p]$ maintient un transfert d'énergie des petites vers les grandes échelles, bien que les premières ne soient plus restreintes essentiellement aux échelles où l'interchange était linéairement le plus instable. En outre, la constance en temps et en espace du gradient de pression moyen v_\star^s n'est pas intuitif de premier

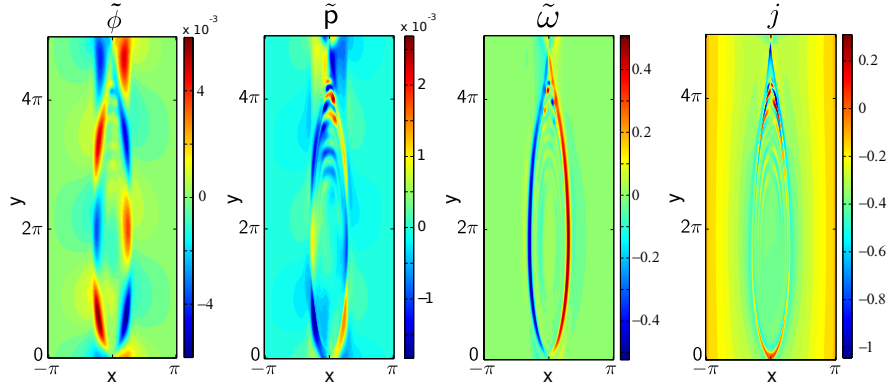


FIGURE 4.4.4. $\Delta' = -0.45$: Instantané des fluctuations à $t = 42125\tau_A$. De gauche à droite, $\tilde{\phi}$ and \tilde{p} (sans les harmoniques $m = 0$ et $m = 1$), la vorticité et le courant.

abord, dans la mesure où on ne peut réduire les transferts d'énergie à un simple mécanisme de battement de mode linéaires. On peut cependant essayer de proposer un scénario heuristique. En effet, la structure dipolaire de l'écoulement du plasma dans l'îlot redistribue en permanence les petites échelles turbulentes dans tout l'îlot, la source interchange étant localisée au voisinage de la résonance [92]. Par conséquent, elle tend à homogénéiser spatialement la turbulence dans l'îlot en rotation au fur et à mesure qu'il grandit et/ou sature en taille. Il s'ensuit que le gradient de pression moyen qui mitige le niveau de turbulence devrait être aussi homogénéisé.

Cependant, l'instabilité d'interchange ne génère pas une turbulence homogène à l'intérieur de l'îlot comme on peut l'observer sur la figure (4.4.4) montrant un instantané des fluctuations $\tilde{\phi}$, \tilde{p} , $\tilde{\omega}$, et j dans le référentiel tournant de l'îlot. Les modes $m = 0$ et 1 ont été soustraits sur les deux premiers champs pour rendre visible la turbulence aux petites échelles. Les échelles interchange tendent à s'accumuler dans la partie supérieure de l'îlot qui tourne vers le bas. Cette asymétrie poloidale indique que la rotation de l'îlot influence la distribution des fluctuations. En outre les fluctuations diffusent le long des lignes de champ magnétique à une vitesse bien supérieure à celle de la rotation : Le temps parallèle de diffusion $\tau_{\parallel} \sim L_y^2 \chi_{\parallel} \sim 7.5$ est bien inférieur au temps caractéristique de rotation des îlots $\tau_{\text{rot}} \sim 400$. La trace du processus de diffusion est visible sur l'instantané de \tilde{p} . Par conséquent, l'énergie fournie par l'instabilité d'interchange est transférée vers les grandes échelles préférentiellement le long des lignes de champ magnétiques situées vers le bord de l'îlot, au voisinage des séparatrices. Il en découle que le courant et la vorticité sont localisés au niveau de la séparatrice avec des fluctuations importantes au voisinage du point X reliées aux modes interchange instables (voir la figure

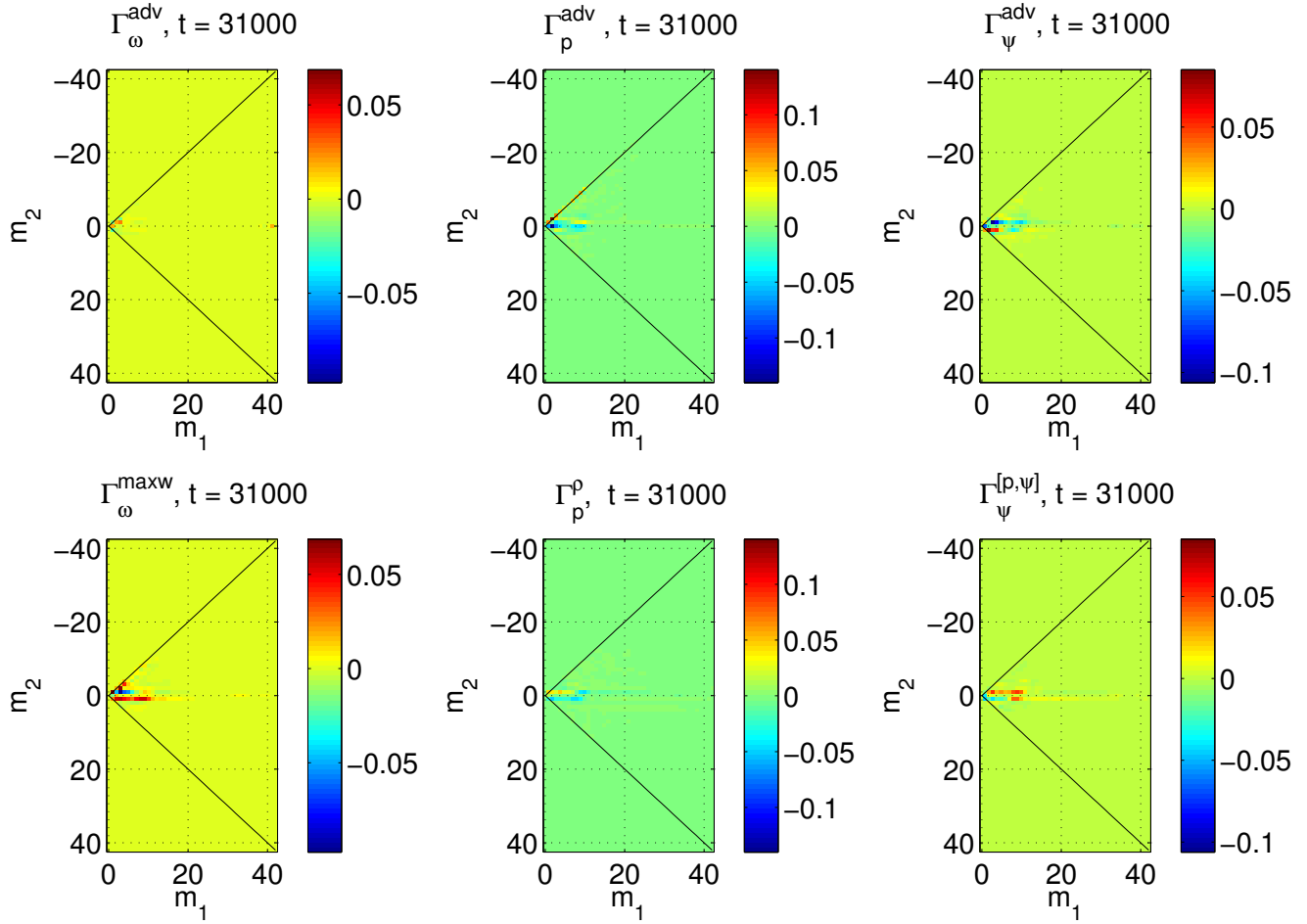


FIGURE 4.4.5. $\Delta' = -0.45$. Fonction de transferts des différentes non-linéarités dans la phase nonlinéaire à $t = 31000\tau_A$: [Colonne de gauche] Fonctions de l'équation de vorticité. [Colonne du milieu] Fonctions de l'équation d'évolution des fluctuations de pression. [Colonne de droite] Fonctions de l'équation d'évolution du flux magnétique.

(4.4.4)). Une analyse détaillée indique que les transferts d'énergie vers le mode $m = 0$ depuis les petites échelles se produisent de façon dominante via le terme d'advection relié à $[\phi, p]$. Ce dernier point est visible sur la figure (4.4.5), plus précisément sur le graphe de Γ_p^{adv} où les transferts se concentrent sur la ligne $m_1 = m_2$. Les modes de faible nombre d'onde, en particulier les modes $m = 0$ et $m = 1$, échangent en permanence de l'énergie au travers de l'ensemble des nonlinéarités.

Enfin, une analyse précise des transferts d'énergie permet de voir que la parité de déchirement est transmise aux petites échelles essentiellement par battement du mode $m = 1$ avec les

autres, de façon temporellement intermittente : Les fonctions de transfert dans la phase non-linéaire avancée, à $t = 31000\tau_A$, sont montrées sur la figure (4.4.5). On y observe des cascades spectrales $m \rightarrow m \pm 1$. En termes de bilan énergétique, elles correspondent en général à des moments de libération d'énergie par les grandes échelles en direction des petites. L'extension de la cascade spectrale et donc des traînées verticales au niveau du mode $m_2 = \pm 1$ oscille en réalité au cours du temps. Cette cascade est particulièrement forte la première fois qu'elle se produit et on en a aussi une trace sur le graphe correspondant à $\Delta' = 1.16$ sur figure (4.3.2) : à la fin de la phase PQL, on observe que l'énergie du mode m^* puis juste après du mode $m^* + 1$ décroît significativement. La décroissance est liée à un couplage $1 + (m^* - 1) \rightarrow m^*$ qui abaisse l'énergie contenue par la fonction propre p_{m^*} . Il est possible qu'il existe une taille critique ou une aire critique d'îlot - dans le cadre du déchirement magnétique les deux sont reliés[107]- au dessus de laquelle l'îlot est marginalement déstabilisé. Il relâche alors régulièrement l'énergie provenant du moteur interchange en la redistribuant sur toutes les échelles. Cette énergie peut-être éventuellement accumulée trop rapidement et cela dépendra du caractère intermittent de la turbulence sous-jacente. L'intensité du relâchement d'énergie peut donc s'effectuer par vagues, ce qui expliquerait l'oscillation temporelle des traînées verticales de la figure (4.4.5) : la chaîne $m \rightarrow m + 1$ dans les transferts d'énergie est donc d'intensité, profondeur d'échelles et période d'occurrence variables. On peut noter aussi, sur la figure (4.3.2), que les transferts d'énergie vers les petites échelles des crochet $[\phi, \psi]$ et $[p, \psi]$ tendent à se compenser. D'une part cela sous-tend qu'il y a une réponse quasi-adiabatique dans la direction parallèle des électrons aux échelles intermédiaires, $\nabla_{\parallel}(\phi - p) \approx 0$. D'autre part, cela est cohérent avec la robustesse énergétique, que nous avons observé aux échelles intermédiaires, du spectre d'énergie magnétique (cf. Fig.4.3.4) comparativement aux spectres d'énergie cinétique et de pression. On voit aussi que c'est le tenseur de Maxwell, donc la structure de l'îlot, qui nourrit en énergie cinétique ces échelles. Pour l'équation d'évolution de la pression, même si le terme proportionnel au tenseur de Maxwell est important, le terme d'advection n'est pas négligeable.

Dans le régime nonlinéaire, on a donc un cycle qui maintient la structure magnétique de l'îlot : 1) source interchange d'énergie lié au gradient de pression à la résonance ($\gamma_{\star}^s \neq 0$), 2) pompage par battement de l'énergie aux grandes échelles qui maintient un aplatissement du

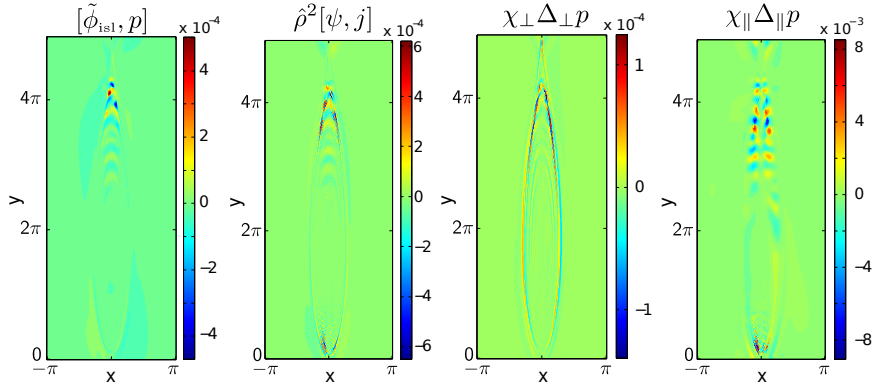


FIGURE 4.4.6. $\Delta' = -0.45$: Instantané des contributions dominantes dans l'équation d'évolution de la pression à $t = 42125\tau_A$ dans le référentiel de l'îlot.

gradient de pression 3) évacuation par couplage/cascade spectrale $m \rightarrow m + 1$ de l'énergie aux petites échelles, 4) dissipation.

4.4.4. Un modèle de type longueur de mélange. L'analyse précédente a montré que nous pouvons réduire dans une certaine mesure la dynamique du système à des interactions à deux types de structures caractérisées par leurs échelles spatiales, en l'occurrence, l'îlot et les modes d'interchange. La séparation à deux échelles est apparente sur la figure (4.4.6) où des instantanés des crochets non linéaires de l'équation pour la pression, dans le repère de l'îlot, sont montrés. On observe clairement que les structures qui alimentent énergétiquement les champs sont aux échelles d'interchange et allongées le long des lignes de champs. Soulignons qu'en termes d'amplitudes $\chi_{\parallel} \Delta p \sim \chi_{\parallel} \Delta \phi \gg \hat{\rho}^2[\psi, j]$. En fait les contributions en χ_{\parallel} tendent à se compenser partiellement en raison de la réponse adiabatique dans la direction parallèle des électrons. Cependant, contrairement au cas non turbulent, le terme convectif $[\phi, p]$ n'est pas du tout négligeable comparé avec $\hat{\rho}^2[\psi, j]$ (cf. Fig.(4.4.6)). Finalement, il est important de souligner que dans le régime non linéaire, nous avons un état stationnaire seulement d'un point de vue statistique, *i.e.* en moyennant les quantités sur un certain nombre de temps interchange. En effet, pour les modes interchange on a $\partial_t \sim \gamma_{\star}^s$.

On peut par conséquent s'appuyer sur une théorie de type longueur de mélange pour obtenir une estimation des coefficients de transport aux échelles de l'îlot. Notons les quantités moyennées aux échelles de l'îlot par une barre supérieure et écrivons $p = \bar{p} + p'$. Cela signifie que $\bar{p}' = 0$ et il s'ensuit que $\overline{[\phi, p]} = [\bar{\phi}, \bar{p}] + \overline{[\phi', p']}$. Considérons maintenant les fluctuations ou cellules dominantes aux échelles interchange au voisinage de la résonance, situées dans la partie

supérieure des graphes de la figure(4.4.4)) , $\delta p'$ et $\delta \phi'$. Comme $\tau_{\parallel} \ll \tau_{isl}$, l'étirement de ces fluctuations le long du voisinage des séparatrices ou des lignes de champ est rapide comparé à la dynamique de l'îlot. Nous pouvons donc considérer que sur les échelles de temps de l'îlot, ces fluctuations sont instantanément converties en fluctuations sur les échelles spatiales de l'îlot, que l'on va noter $\delta \bar{p}$ et $\delta \bar{\phi}$. Il s'ensuit que

$$\delta p' l_*^2 \sim \delta \bar{p} L_y l_* ,$$

$$\delta \phi' l_*^2 \sim \delta \bar{\phi} L_y l_* ,$$

où $l_* = L_y/m_*$ est une estimation de la largeur des cellules interchange. La longueur parallèle de l'îlot peut-être estimer approximativement à L_y . Par conséquent, en notant que $\Delta_{\perp} \sim l_*^{-2}$, $\partial_x \sim l_*^{-1}$ and $\partial_y \sim k_1$, on obtient

$$(4.4.2) \quad \overline{[\delta \phi', \delta p']} \sim k_1 \frac{L_y^2}{l_*^2} [(\delta \bar{\phi})_x \delta \bar{p} - (\delta \bar{p})_x \delta \bar{\phi}] \sim \chi_1 \Delta_{\perp} \delta \bar{p} - \chi_2 \Delta_{\perp} \delta \bar{\phi} .$$

Les coefficients de transport aux échelles de l'îlot sont $\chi_1 \sim L_y^2 k_1 \delta \bar{\phi} / w_* \sim \delta \phi'$ et $\chi_2 \sim \delta p'$. En remarquant ensuite que aux échelles interchange $\gamma_*^s \delta p' \sim [\delta \phi', \delta p'] \sim k_*^2 \delta \phi' \delta p' \sim k_*^2 \delta p'^2$, on obtient $\chi_1 \sim \chi_2 \sim \gamma_*^s / k_*^2$. De façon plus générale, une estimation des coefficients de transport dus aux non-linéarités peut-être $\chi_{\perp}^{\text{turb}} = \gamma_*^s / k_*^2$ ($k_*^s \sim k_*$) [92, 41]. Par conséquent, on peut en conclure que la contribution de la source d'énergie libre interchange au mécanisme de diffusion de la pression aux échelles de l'îlot peut être pris en compte en introduisant une diffusion perpendiculaire anormale $\chi_{\perp}^{\text{turb}}$.

On devrait donc s'attendre à un aplatissement du profil de pression quand la taille de l'îlot dépasse la taille critique $w_c^{\text{turb}} = \sqrt{8}(\chi_{\perp}^{\text{turb}}/\chi_{\parallel})^{1/4} \sqrt{a/k_y} \in [0.26, 0.43]$ pour des valeurs négatives de Δ' . On conçoit cependant qu'il y a une certaine insuffisance théorique puisque l'aplatissement ne semble pas pouvoir être total même dans la limite $w \gg w_c^{\text{turb}}$ car l'instabilité à l'origine de l'îlot serait alors supprimée. La clef est que l'aplatissement total est évité par redistribution d'énergie de pression sur toutes les échelles via la chaîne $m \rightarrow m+1$. Il convient de mentionner que, dans un travail récent [72], une diffusivité turbulente effective a été calculée afin de prendre en compte la force de résistance à la rotation de l'îlot dans le contexte d'une turbulence ITG. En utilisant une diffusivité perpendiculaire, nous avons obtenu pour les simulations de ce travail

un intervalle semblable en terme de taille d'îlot $w_c^{\text{mol}} \in [0.17, 0.34]$. Dans tous les cas donc, nous vérifions, dans ce travail, $w > w_c = \max(w_c^{\text{mol}}, w_c^{\text{turb}})$, y compris durant la phase PQL dans une large mesure et aussi lorsque Δ' tend vers zéro, voir Fig.(4.3.4). Une étude précise des valeurs seuils au dessus de laquelle l'aplatissement se produit n'est pas accessible avec cet ensemble de simulations. Il serait intéressant de préparer une série d'expériences numériques pour comparer les prédictions avec celles issues du modèle que nous venons de présenter. Soulignons, cependant, que les estimations de seuil sont cohérentes avec les observations numériques.

4.5. Discussion

Dans ce chapitre, nous avons étudié les mécanismes amenant à un aplatissement de la pression à l'intérieur de l'îlot dans les cas où, soit l'îlot est généré par l'instabilité de déchirement aux grandes échelles en incluant les effets de courbure, soit l'îlot est généré par la turbulence interchange des petites échelles. Dans le premier cas, nous trouvons que les résultats sont essentiellement en accord avec les prédictions théoriques [38], malgré la situation plus générale que le calcul théorique : L'îlot est en effet entraîné de façon auto-cohérente par le plasma et par diamagnétisme d'une part. D'autre part, les frictions induites par la rotation sont pris en compte. Dans le cas où la turbulence génère l'îlot, on observe aussi un aplatissement du profil de pression dans l'îlot. Une question importante était de savoir si il y a une possibilité de discriminer de tels îlots des cas où c'est l'instabilité de déchirement qui les génère. Il s'agit d'une étape nécessaire si on souhaite aboutir à la démonstration expérimentale de leur existence. Nous trouvons le profil moyen de pression à l'intérieur de l'îlot n'est jamais complètement aplati, en particulier au voisinage de la couche résistive où les modes interchange croissent. Il s'agit là en fait d'une "signature" qui leur est propre. Cela est lié au fait qu'un profil plat tuerait l'instabilité d'interchange qui en est à l'origine et le maintient. Un autre fait marquant est que le profil de pression dans l'îlot est constant en temps et en espace. Nous avons pu interpréter cela en termes de mise en place d'un équilibre local entretenu entre le profil de pression au voisinage des séparatrices et les fluctuations d'énergie aux échelles interchange localisées au niveau des couches résistives, y compris celles entourant les séparatrices par le mécanisme d'advection de l'écoulement fluide.

Nous avons proposé un modèle de type longueur de mélange pour prendre en compte la turbulence interchange aux petites échelles dans les prédictions de taille critique d'îlot induisant un aplatissement partiel. Ce type d'approche a été extensivement utilisé en mécanique des fluides neutres dans le contexte, fort différent, de turbulence homogène 2D. L'hypothèse d'homogénéité est fausse dans notre cas parce que la turbulence est induite par des modes instables localisés au voisinage de la résonance. Néanmoins, nous avons montré que le concept de coefficient anormal pouvait rester encore valide en spécifiant un modèle qui le reliait aux échelles interchange. L'ensemble des simulations de cette étude ne contredit pas ce modèle, dans la mesure où la taille critique était dépassait dès la phase quasi-linéaire. Une étude détaillée de situations où la taille d'îlot en régime non linéaire ne dépasse pas la taille critique serait intéressante, notamment pour évaluer précisément la validité du modèle.

Nous avons aussi étudié les propriétés dynamiques des îlots magnétiques. Dans l'espace de paramètres que nous avons balayé, nous avons trouvé que la vitesse de rotation poloïdale de ces derniers est indépendante du niveau de la source qui induit leur dynamique, que ce soit dans le cas interchange ou dans le cas déchirement. Dans le régime asymptotique non linéaire, lorsque $\Delta' < 0, 1$, le taux de croissance de l'interchange est aussi réduit par un facteur indépendant du niveau de la source. Bien que l'îlot tourne essentiellement à la vitesse $E \times B$, nous avons montré qu'il n'y a pas de stabilisation $E \times B$ de la turbulence. Cette dernière est due à la modification non linéaire du gradient du profil de pression dans l'îlot. Finalement, en se focalisant sur les mécanismes de transfert d'énergie entre les échelles interchange et de l'îlot, nous avons montré que, et l'îlot et l'aplatissement de pression sont très directement contrôlés par les échelles interchange dans la phase PQL et qu'aucun mécanisme de cascade directe n'est présent. Les transferts d'énergie dans la phase pleinement non linéaire ont aussi été abordés. En particulier la chaîne de redistribution d'énergie vers les petites échelles $m \rightarrow m + 1$ a été mise en évidence. Nous avons aussi montré que la nature des petites échelles turbulentes est modifiée par la présence d'un îlot, en discutant notamment la nature des modes qu'il induit. Il serait intéressant de s'intéresser aux conséquences, en terme de transport, que cela éventuellement induit [82].

Génération d'îlots magnétiques par une turbulence de bord éloignée de la surface résonante¹

5.1. Génération d'un îlot magnétique par une turbulence de bord

Ce chapitre est abordé via un papier récent [109]. Nous considérons le cas d'une multiplicité de surfaces résonantes, la densité de résonances à faible rationalité dépendant du profil de q . On s'intéresse plus spécifiquement au rôle que pourrait jouer la turbulence de bord dans la génération d'îlot magnétique (2,1) dont la surface résonante $q = 2$ ne serait pas éloignée du bord $r = a$. Cette situation est potentiellement intéressante pour ITER dans le cas des scénarii dits à faibles cisaillements ou faibles renversements du profil de q [73]. Le modèle est particulièrement simplifié car, pour analyser les mécanismes, on a considéré un équilibre relativement dépouillé de complexité, la turbulence ITG du cœur du tokamak n'étant pas considérée. On montre que la turbulence de bord semble assez significative pour induire à distance un îlot graine suffisamment important pour déclencher un NTM. Nous poursuivons par ailleurs cette piste actuellement en considérant des situations plus réalistes, et en particulier une géométrie pleinement torique. Les transferts d'énergie devraient en effet être affectés par les courbures et la nature précise de la turbulence. Il s'agit aussi d'inclure la turbulence ITG au niveau du cœur du tokamak.

1. Cette partie profite de la collaboration que j'ai avec A. Poyé [104]. Une description détaillée du code numérique avec lequel les simulations numériques ont été effectuées se trouve aussi dans [104].

Generation of a magnetic island by edge turbulence in tokamak plasmas

A. Poyé,^{1,2} O. Agullo,^{1,3} M. Muraglia,^{1,3} X. Garbet,⁴ S. Benkadda,^{1,3} A. Sen,⁵ and N. Dubuit^{1,3}

¹Aix-Marseille Université, CNRS, PIIM, UMR 7345, Marseille, France

²Université de Bordeaux, CELIA Laboratory, Talence 33405, France

³France-Japan Magnetic Fusion Laboratory, LIA 336 CNRS, Marseille, France

⁴IRFM, CEA, St-Paul-Lez-Durance 13108, France

⁵Institute for Plasma Research, Bhat, Gandhinagar 382428, India

(Received 12 January 2015; accepted 19 March 2015; published online 27 March 2015)

We investigate, through extensive 3D magneto-hydro-dynamics numerical simulations, the nonlinear excitation of a large scale magnetic island and its dynamical properties due to the presence of small-scale turbulence. Turbulence is induced by a steep pressure gradient in the edge region [B. D. Scott, *Plasma Phys. Controlled Fusion* **49**, S25 (2007)], close to the separatrix in tokamaks where there is an X-point magnetic configuration. We find that quasi-resonant localized interchange modes at the plasma edge can beat together and produce extended modes that transfer energy to the lowest order resonant surface in an inner stable zone and induce a seed magnetic island. The island width displays high frequency fluctuations that are associated with the fluctuating nature of the energy transfer process from the turbulence, while its mean size is controlled by the magnetic energy content of the turbulence. © 2015 AIP Publishing LLC.

[<http://dx.doi.org/10.1063/1.4916580>]

Understanding reconnection phenomena in fusion devices is an important issue for ITER and other future tokamak based reactors. In fact, events associated with magnetic reconnection^{1,2} such as the onset of neoclassical tearing modes (NTM)³ and the development of large scale magnetic islands are a major worry for tokamak plasma confinement and device safety. These island structures can have several deleterious effects such as confinement degradation⁴ due to enhanced transport, loss of energetic particles from the plasma core² and sometimes termination of the discharge through a major disruption that can cause serious damage to the plasma facing components. The study of NTMs is therefore receiving serious attention these days and there are several basic aspects of these modes that are still not well understood. NTMs normally require pre-existing seed islands to grow. These seed islands, such as the $m/n = 3/2$ magnetic islands (m and n represent here, respectively, the poloidal and the toroidal mode numbers of the magnetic perturbation) localized at the $q = 3/2$ resonant surface, are often triggered by relaxation oscillations of the plasma core, the so called sawtooth activity, consisting of periodic sudden drops of the plasma temperature and density followed by approximately linear growths. Sawteeth oscillations occur at the $q = 1$ surface⁵ and their period has been identified as a key parameter that influences the onset of the $3/2$ NTM.⁶ However, it has often been experimentally observed that a $2/1$ NTM can develop without any associated magneto-hydro-dynamics (MHD) triggering activity either in the core or in the edge of the tokamak. Such has been the case, for example, in many of the JT60U experimental shots, where in the high confinement regimes about 80% of the discharges⁷ showed the formation of a $2/1$ island without any MHD trigger. Similar observations have also been reported from the ASDEX Upgrade tokamak experiments.⁸ More generally, the onset

conditions of a $2/1$ NTM in large tokamaks, or in other words the origin of the seed islands, required for the growth of NTMs, still remains an open question and has significant implications for future fusion reactors. In this paper, we discuss a mechanism which can generate magnetic islands without any MHD triggering events but is based on nonlinear processes associated with the existence of turbulence in the tokamak edge region. The size of such turbulence induced islands is found to be large enough to allow the development of an NTM instability.

The possibility of a nonlinear excitation of magnetic islands from an ambient high frequency turbulence has been proposed in the past largely motivated by the fact that macro-scale MHD instabilities (magnetic islands) and micro-scale turbulent fluctuations are often found to coexist in a tokamak plasma. One of the earliest suggestions based on the mutual interactions between these two kinds of fluctuations was made in Ref. 9 where the occurrence of internal disruptions was attributed to turbulent phenomena. More recently, the importance of multi-scale interactions has been clearly highlighted both experimentally¹⁰ and in several theoretical studies. Further evidence of such a mutual interaction has come from experimental measurements that show a strong correlation between electrostatic fluctuations and MHD activity and the observation that edge electrostatic fluctuations can be decreased by suppressing internal tearing mode activity.¹¹ Experiments on JT-60U have also shown that a resistive interchange mode can trigger a major collapse of the discharge by nonlinearly coupling with a remote tearing mode.¹² These experimental observations have also inspired a number of numerical investigations that have sought to explore the mutual interaction between these disparate modes^{13–16} and to delineate the role of turbulence in this context. An important result obtained from 2D nonlinear

simulations is that when the tearing mode is marginally stable, the nonlinear beating of the fastest growing small-scale interchange modes in the vicinity of a low order rational surface can drive locally a magnetic island.¹⁷ In the edge region, turbulence is in essence induced by interchange modes with an instability threshold, including drift waves.^{18,19}

However, several basic questions still remain unresolved. Very often, as experimental observations show,¹² interchange turbulence and MHD modes are not necessarily located on the same resonant surface. A distant interaction between edge turbulence and inner islands might also be at play, and possibly, explain the correlation sometimes observed between edge localized modes and NTMs. For instance, the ITER reference case, the so-called “ELMy H-mode plasma operation scenario” with a radially monotonic magnetic profile induces various NTMs.²⁰ These points raise the question of whether or not turbulence can remotely destabilize a tearing mode and create seed magnetic islands. To address this problem, we have gone beyond previous 2D simulations (mono-helicity with a single resonance) and carried out extensive numerical simulations using a 3D (multi-helicity with a q profile) fluid model that allows us to observe the dynamics of interchange turbulence, driven by pressure gradient in a curved magnetic curvature field configuration at the tokamak edge, and to also study the subsequent stages of nonlinear evolution that eventually leads to the excitation of a 2/1 island. Our results show a strong correlation between the mean size of this island and the level of magnetic energy in the turbulence, as well as the presence of radial fluctuations in the island width that arise from the oscillating nature of the energy transfer from the turbulence.

Our simulations are carried out on a minimalist three-dimensional cylindrical plasma model in (r, θ, z) coordinates, based on the two fluid Braginskii description of a collisional plasma in the drift approximation with cold ions.²¹ Our model includes neither core turbulence physics, where a gyrokinetic description is necessary, nor $q \leq 3/2$ MHD physics.

However, it includes magnetic curvature and electron diamagnetic effects¹⁵

$$\partial_t \psi = \nabla_{\parallel} \phi - \nabla_{\parallel} P + \eta j, \quad (1)$$

$$\partial_t \omega + \{\phi, \omega\} = \nabla_{\parallel} J - \frac{\kappa}{r} \partial_{\theta} p + \nu \Delta_{\perp} \omega, \quad (2)$$

$$\partial_t p = \{P, \phi\} + \hat{\rho}^2 \{\Psi, J\} + \chi_{\perp} \Delta_{\perp} p, \quad (3)$$

where each field is composed of an equilibrium and a perturbation quantity. The dynamical field quantities are the magnetic flux $\Psi = \psi_{eq} + \psi$, the electrostatic potential fluctuation $\Phi = \phi$, and the electron pressure $P = P_{eq} + p$. $\omega = \Delta_{\perp} \phi$ is the vorticity and $j = \Delta_{\perp} \psi$ is the current density perturbation. η is the plasma resistivity, ν is the plasma viscosity, and χ_{\perp} is the perpendicular diffusivity. The operators are the Poisson's bracket $\{\alpha, \beta\} = \frac{1}{r} (\partial_r \alpha \partial_{\theta} \beta - \partial_r \beta \partial_{\theta} \alpha)$, the parallel gradient to the magnetic field $\nabla_{\parallel} \alpha = \{\psi, \alpha\} - \partial_z \alpha$ and the perpendicular Laplacian $\Delta_{\perp} \alpha = \partial_{r^2} \alpha + \frac{1}{r} \partial_r \alpha + \frac{1}{r^2} \partial_{\theta^2} \alpha$. Equations (1)–(3) are normalized using the characteristic Alfvén speed v_A , the magnetic shear length L_{\perp} , and the

Alfvén time $\tau_A = L_{\perp}/v_A$. For a given equilibrium, a high enough value of the curvature parameter κ will drive the interchange instability. We have fixed $\kappa = 0.1$. In order to study the impact of the unstable interchange modes present at the plasma edge on the island formation at the inner rational surface of $q = 2$, the plasma equilibrium profiles are suitably chosen as shown in Fig. 1(a). The equilibrium q -profile and the dissipative parameters ($\eta = 10^{-4}$, $\nu = 3 \times 10^{-5}$, and $\chi_{\perp} = 10^{-5}$) are chosen such that the $q = 2$ resonant surface is in the stable region for both the interchange and the tearing instabilities. The normalised hybrid fluid Larmor radius $\hat{\rho}^2$ is taken to be equal to 2×10^{-4} . Such parameters correspond to typical values at the edge of large Tokamaks such as JT60U ($T_e = 3$ keV, $n_e = 4 \times 10^{19} \text{m}^{-3}$, $a = 1$ m, $B_{\text{tor}} = 4$ T) and moderately overestimate the expected $\chi_{e,\perp} = 5 \text{ m s}^{-2}$ because of numerical constraints. The Lundquist number η^{-1} is several orders of magnitude lower than in experiments, which is mandatory in numerical studies. However, as in the case where the island is generated by a tearing instability, the island size at saturation for our mechanism should also not depend on the resistivity level.²³ In the context of the turbulence generated island, the key parameter is the anomalous quasi-linear diffusion coefficient $D = \sum_{m,n} \frac{\gamma_{m,n}}{m^2 + n^2}$ which is a measure of the energy source level for turbulence. It can potentially control the asymptotic island size contrary to the Lundquist number as we shall see. Note that the JT60U experimental parameters are similar to the Hybrid Scenario in ITER⁷ and that the range of the q values in our simulations corresponds roughly to 15% of

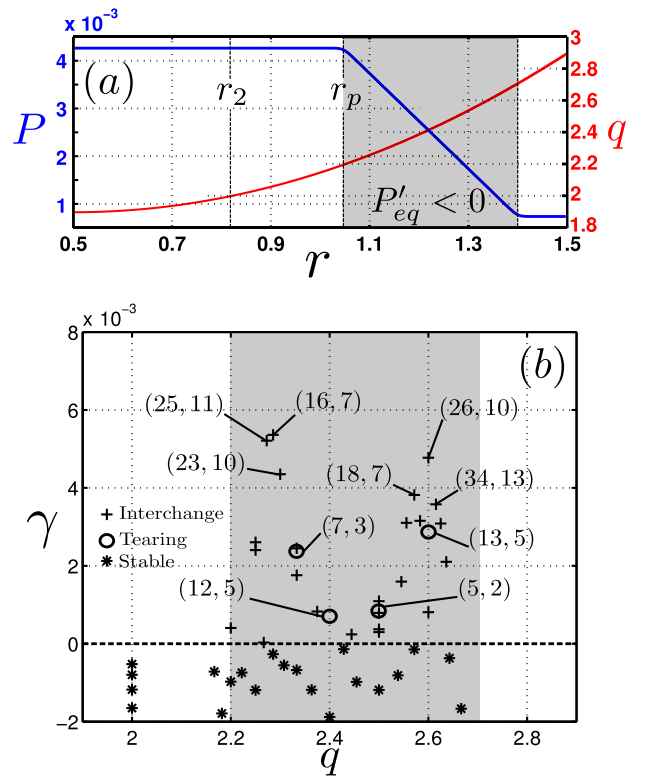


FIG. 1. (a) Magnetic and pressure equilibria. (b) Linear growth rates of resonant modes. The shaded area is the radial location of the interchange instability.

the small radius a in ITER like scenarios. The numerical setup is made explicit in Fig. 1(b) where the linear growth rates γ of the resonant modes are plotted as a function of q . They are all negative at $q=2$. These resonant modes are characterized by low order helicities $m/n \in [q_{\min}, q_{\max}]$. The Fourier decomposition of the fields is defined as $\psi(r, \theta, z, t) = \sum_{m,n \in \mathbb{Z}} \psi_{(m,n)}(r, t) \exp(im\theta + ik_n z)$ with $k_n = 2\pi n/L_z$. The computational box sizes are $r \in [0.5, 1.5]$ and $L_z = 2\pi$. We also impose an equilibrium pressure gradient $P'_{eq} < 0$ ($v^* = 0.01$) located at the plasma edge ($r \geq r_p$) such that, in this area, unstable resistive interchange modes dominate linearly and develop nonlinearly into a turbulent regime. Fig. 1(b) confirms this picture. To identify in Fig. 1(b), the nature of the instability of each resonant mode, we have used the fact that, in cylindrical geometry, the structure of the eigenfunctions $\psi_{(m,n)}(r)$, $\phi_{(m,n)}(r)$, $p_{(m,n)}(r)$ provides a clear indication of its nature. For instance, the magnetic flux perturbation of an interchange mode is localized in the vicinity of its resonant surface, where it presents a sign inversion. It has also a high poloidal number, see for instance the 23/10 mode in Fig. 2(a). This is the opposite for a tearing mode.

The remote impact of a strong edge pressure gradient on island formation on low order resonant surfaces is now investigated by means of nonlinear simulations of Eqs. (1)–(3). A semi-spectral code in cylindrical geometry is used including a 2/3 dealiasing rule in the periodic directions with resolutions reaching 256 poloidal modes, 128 axial modes, and 128 grid points in the r (radial) direction. After a short linear phase, the subsequent evolution of the dynamics can be broadly classified into three regimes. First, there is a quasi-linear regime characterized by an amplification of low m resonant modes arising from the beating of the dominant linearly unstable interchange modes located in the edge zone ($r \geq r_p$). This is consistent with earlier 2D slab studies in Ref. 17 where interchange modes were taken to be located on the same and unique resonant surface. Of course, magnetic islands are not generated everywhere in tokamak plasmas and we will shortly specify some 3D selective process that limits the number of resonant surfaces where islands grow. We do observe the beating mechanism during this regime of strongly overlapping resonant modes. We illustrate it in Fig. 2(a) where a efficient beating of (23, 10) and (16, 7) interchange modes amplifies the (7, 3) at a growth rate $\gamma_{7,3}^{\text{OL}} \sim \gamma_{23,10}^{\text{L}} + \gamma_{16,7}^{\text{L}} \gg \gamma_{7,3}^{\text{L}}$. It presents a tearing mode structure owing to the symmetries of the nonlinear terms involved.¹⁷ In this case, three modes are at play and their respective resonant surfaces are located around the same radial position, which maximizes the resonant condition $k_{\parallel} \approx 0$. Thus, the resulting mode will become a dominant mode in the turbulent area in the asymptotic non-linear regime, see Fig. 4(a). Let us specify that the direct coupling of the interchange linearly dominant modes do not efficiently generate a (2, 1) mode in the quasi-linear regime, simply, because the resonance surface $q=2$ is not located in the turbulence area where coupling occurs and linear dissipation limits the amplitude of the mode. At the end of the quasi-linear regime, thanks to the interplay of the interchange modes localized in the turbulent area, only a few medium-scale modes dominate

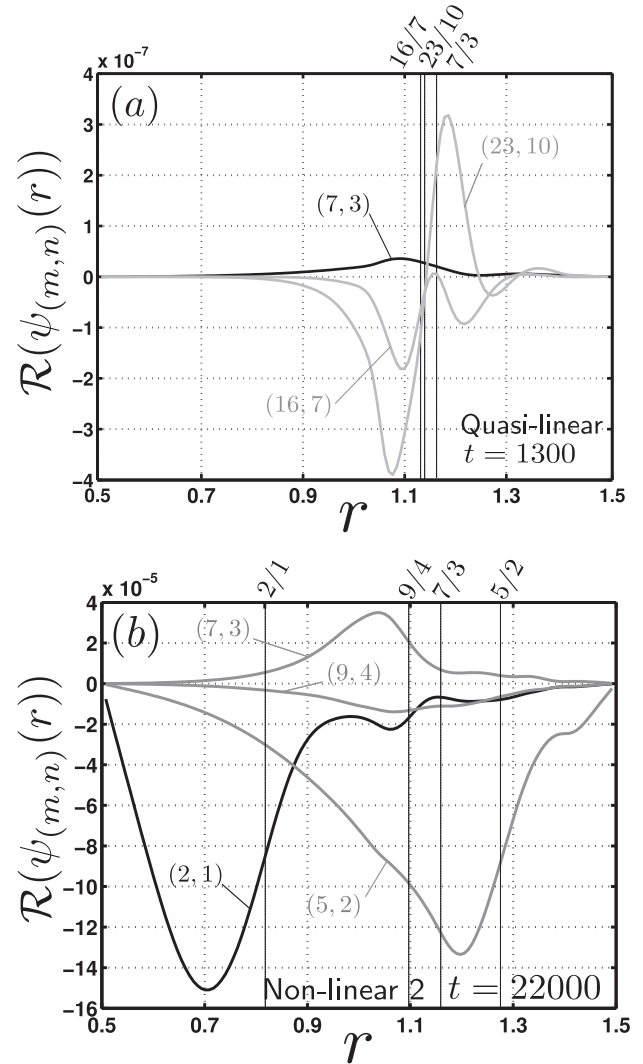


FIG. 2. (a) Magnetic eigen functions of (23, 10) and (16, 7) modes which generate, by an efficient beating, the mode (7, 3) during the quasi-linear phase. (b) Magnetic eigen functions of (9, 4), (7, 3), and (5, 2) modes which generate, by radial overlapping, the mode (2, 1) during the asymptotic regime.

energetically. Namely, in the present case, they are the (7, 3), the (5, 2), and the (9, 4) modes.

In a similar case, not detailed in the present letter, where q_{\min} is slightly above 2, long time dynamics would result in the generation of a dominant (5, 2) magnetic island²² through nonlinear couplings. The dominant modes present a tearing-like shape, see Fig. 2(b). The reason is that, owing to the symmetries of the modes and the equations, the coupling of tearing-like modes will generate a mode of similar nature as long as the resonant condition is fulfilled. In other words, the turbulence tends to select only one mode, possibly a few, presenting an island structure. Let us emphasize that this selective cascading process is different from the coalescence phenomena²³ which involves modes with identical helicities.

In the present study, the $q=2$ surface is present and the selective process differs. Indeed, the next regime after the quasi-linear phase and labelled “Non-linear 1” in Fig. 3(b) is characterized by the progressive emergence of a (2, 1) magnetic island at $q=2$. It occurs thanks to the non-linear interactions of a few modes and on resistive times. In fact, the

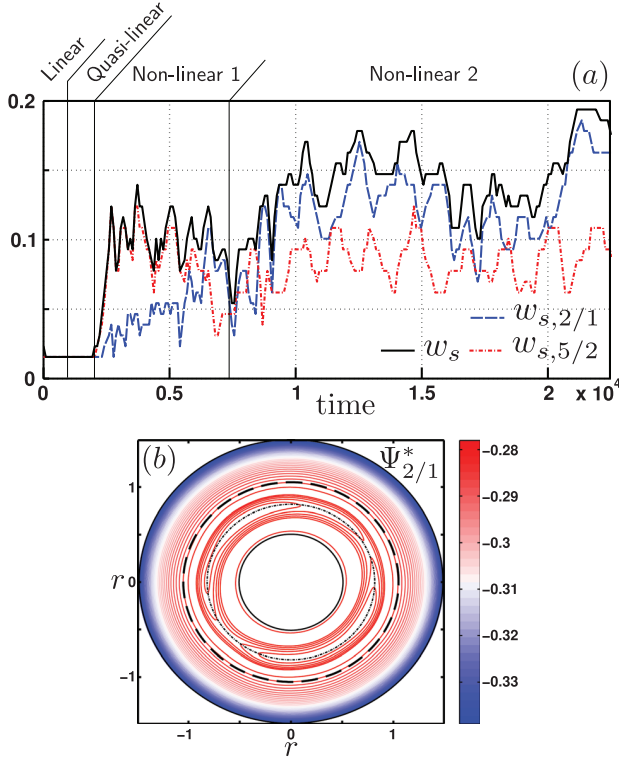


FIG. 3. (a) Time evolution of the island size on the resonant surface $q=2$: (5, 2) and (2, 1) modes are the two main contributors to the island size. The diagnostic time step equals $20\tau_A$. (b) Snapshot of the magnetic flux during the regime “Non-linear 2”: Observation of a (2, 1) island in the inner zone. The dotted-dashed line delimits its frontier with the edge turbulence zone.

statistically saturated and dominant (5, 2) mode created within the turbulence area is not localized but is extended radially: its mode function reaches the $q=2$ surface where it acts as a source of magnetic fluctuations. As a consequence, at the beginning of this phase, we observe a (5, 2) magnetic island on this latter surface. More precisely, in Fig. 3(a), the island size w_s as a function of time is drawn. w_s is defined as the maximal radial extension between the separatrices. $w_{s,m/n}$ is the same quantity except all the modes but (m,n) are filtered out in order to make the measurement.²³ During this phase $w_s \sim w_{s,5/2}$. However, as shown in Fig. 2(b), all the three tearing-like dominant modes generated in the previous phase are not localized and cross the surface $q=2$. Therefore, as the resulting triad interactions naturally amplify the (2, 1) mode and its first harmonic, the resonance condition is also fulfilled. Thus, there is an efficient resonance between this latest surface and tearing like modes which allows the growth of the (2, 1) magnetic island. We observe that the relative contribution of the latter mode to the island size progressively increases and dominates at the end of this phase. One also notes the absence of the (0, 0) mode in the island composition which is an indication that the island is not driven by a classical tearing or, possibly, that it is marginally unstable.²² This feature can also be viewed as a signature of turbulence driven islands. We would also like to point out that the pressure profile is clearly modified in the inner zone and that there is a significant pressure flattening in the vicinity of the $q=2$ surface.²⁴ However, we have checked that the nonlinear modifications of the mean

profiles do not destabilize any mode in the inner zone $r < r_p$, neither the interchange nor the tearing.

Finally, around $t/\tau_A \sim 7000$, the system reaches a full non-linear regime where all the modes have statistically saturated. The final steady state is the result of two mechanisms which balance each other: first, an interplay of the (9, 4), (7, 3), and the (5, 2) modes feeds the (2, 1) mode on the $q=2$ surface, and second, this latter mode beats non-linearly with the (7, 3) to maintain the (5, 2) mode, and so on (see Figs. 2(b) and 4(a)). There is in fact a permanent redistribution of the energy between these modes. Ultimately, in each area, the system tends to select the perturbations in resonance with the lowest order rational surface available. It relies on the fact that, first, a low order resonant mode is fed by a recursively large number of triad interactions. Second, two low order resonant modes tend to have distant resonant surfaces.

An open question to analyse is what controls the maximal seed island size: whether it depends on the free energy source that creates the turbulence and its energy content, i.e., the amount of energy of fluctuations at a given time. The free energy is drawn from the mean pressure gradient through the linear interchange mechanism. The energy source level is controlled by the fluid Larmor radius ($\hat{\rho}^2 = [1.5 \times 10^{-4}, 4 \times 10^{-4}]$) and the property $\partial D/\partial \hat{\rho} < 0$. Fig. 4(a) presents the mean magnetic energy of dominant modes during the steady state regime. It shows that the (2, 1)

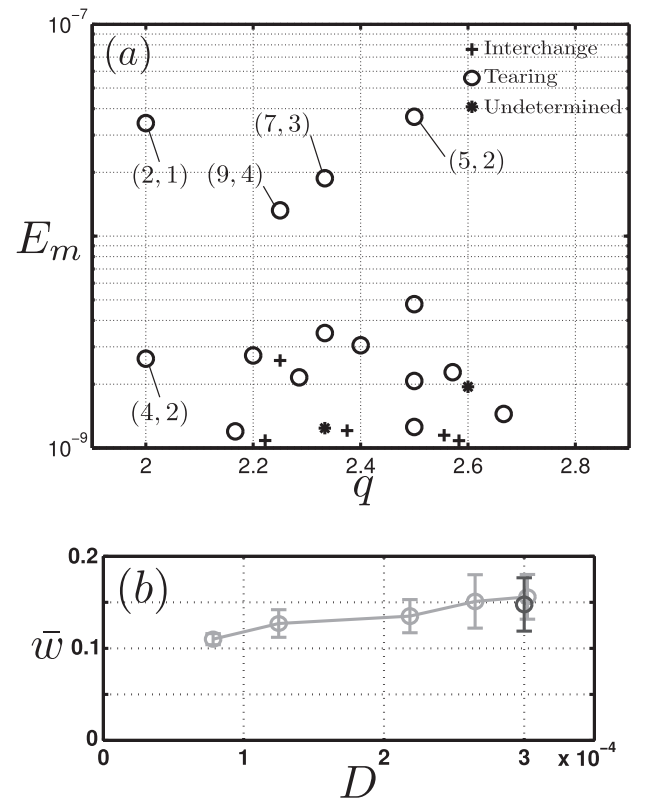


FIG. 4. (a) Magnetic energy spectrum of dominant modes during the asymptotic regime. (b) Impact of the quasi-linear coefficient D on the saturated island width. The error bars correspond to the standard deviation. The grey mark corresponds to a slightly different pressure profile where the right radial band where P_{eq} is constant has been reduced, compared to Fig. 1(a).

saturation level (and as a consequence the mean saturated island size) is of the order of the magnetic energy fluctuations of dominant modes in edge turbulent zone, in other words the turbulence level. To estimate the link between the energy source and the island, in Fig. 4(a), we draw the mean island size \bar{w} computed during the non-linear phase 2 as a function of D . As observed in the mono-helicity context,¹⁷ \bar{w} is weakly dependent on the anomalous diffusion coefficient $D(\hat{p}, \chi_{\perp}, \dots)$. The error bars drawn correspond to the standard deviation. They emphasize that, in contrast with the mono-helicity case, island sizes can fluctuate strongly, up to 30% in our set of runs. Those fluctuations occur without any noticeable modification of the properties of the turbulence, in other words, without any specific triggering event. Specifically, our numerical runs with different values of resistivity show that $w(D)$ does not have a significant dependence on the resistivity. Quantitatively, we find that the island sizes in Fig. 4(b) correspond to roughly 2% of a . If we project by linear extrapolation these results to lower D values expected in large Tokamaks, we obtain a lower estimate of the relative island width $w/a \approx 1.5\%$. It is of the order of magnitude of the expected critical island size in ITER.²⁵ Note that an extensive analysis in term of energy transfers would be required to properly show that the interaction between these modes is the dominant interaction process. However, the activity of the small scale interchange modes cannot explain the time fluctuations of the energy of the dominant modes, such as the one observed in Fig. 3(a), where it appears in-directly that the mode (5,2) and (2,1) are temporarily in opposition of phase.

To summarize, we have shown that small scale edge turbulence can remotely generate seed magnetic islands on low order rational surfaces. A two step mechanism is at play: First, nonlinear quasi-resonant beatings produce a partial condensation among locally resonant modes, and select radially wide dominant modes in the edge turbulent area. Second, these tearing-like modes overlap each other on the $q=2$ surface and amplify the (2, 1) mode. The growth presents important high frequency fluctuations. We have shown that the asymptotic mean island size is directly linked to the energy content of the turbulent modes in the edge region and tends to scale linearly with the energy source level D . It shows that in the context of an NTM, a critical seed island could be triggered without any modification of the turbulence characteristics or specific triggering event. In an ITER scenario, the NTM is expected to be unstable²⁶ and therefore, large seed islands will induce NTM instability. A better understanding of this problem may allow one to optimize the ECCD power to dynamically control an NTM, which is one of the technologically challenging issues for ITER operation.²⁰ However, toroidal mode coupling is known to impact the growth of NTM in presence of external MHD perturbations.^{27,28} The impact of toroidal mode coupling in the context of turbulence driven seed islands needs to be investigated.

Part of this research has been enabled by the use of computing resources provided by WestGrid, Compute/Calcul Canada. Part of this work was granted access to

the HPC resources of Aix-Marseille Université financed by the project Equip@Meso (ANR-10-EQPX-29-01) of the program “Investissements d’Avenir” supervised by the Agence Nationale pour la Recherche. Part of this work was performed with the HELIOS super computer at IFERC-CSC. It was supported in part by CNRS, AMU, CEA, EURATOM and Jülich supercomputing center. The views and opinions expressed herein do not necessarily reflect those of the European Commission.

¹B. D. Scott, *Plasma Phys. Controlled Fusion* **49**, S25 (2007).

²D. Biskamp, *Magnetic Reconnection on Plasma* (Cambridge University Press, Cambridge, 2000).

³O. Sauter, R. J. La Haye, Z. Chang, D. A. Gates, Y. Kamada, H. Zohm, A. Bondeson, D. Boucher, J. D. Callen, M. S. Chu, T. A. Gianakon, O. Gruber, R. W. Harvey, C. C. Hegna, L. L. Lao, D. A. Monticello, F. Perkins, A. Pletzer, A. H. Reiman, M. Rosenbluth, E. J. Strait, T. S. Taylor, A. D. Turnbull, F. Waelbroeck, J. C. Wesley, H. R. Wilson, and R. Yoshino, *Phys. Plasmas* **4**, 1654 (1997).

⁴S. Günter, A. Gude, M. Maraschek, S. Sesnic, H. Zohm, ASDEX Upgrade Team, and D. F. Howell, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 275001 (2001).

⁵R. J. La Haye and O. Sauter, *Nucl. Fusion* **38**, 987 (1998).

⁶R. J. Buttery, T. C. Hender, D. F. Howell, R. J. La Haye, S. Parris, O. Sauter, C. G. Windsor, and JET-EFDA Contributors, *Nucl. Fusion* **44**, 678 (2004).

⁷A. Isayama, G. Matsunaga, Y. Hirano, and the JT-60 Team, *J. Plasma Fusion Res.* **8**, 1402013 (2013).

⁸S. Fietz, M. Maraschek, H. Zohm, L. Barrera, R. M. McDermott, M. Reich, and the ASDEX Upgrade Team, in *Proceeding of the 41st EPS Conference on Plasma Physics*, Berlin (2014), p. P2.003.

⁹M. A. Dubois, *Phys. Scr.* **T7**, 52 (1984).

¹⁰D. Raju, O. Sauter, and J. B. Lister, *Plasma Phys. Controlled Fusion* **45**, 369 (2003).

¹¹B. J. Ding, G. L. Kuang, J. F. Shan, G. S. Xu, M. Song, B. N. Wan, Y. P. Zhao, and J. G. Li, *Plasma Phys. Controlled Fusion* **46**, 1467 (2004).

¹²S. Takeji, S. Tokuda, T. Fujita, T. Suzuki, A. Isayama, S. Ide, Y. Ishii, Y. Kamada, Y. Koide, T. Matsumoto, T. Oikawa, T. Ozeki, Y. Sakamoto, and JT-60 Team, *Nucl. Fusion* **42**, 634 (2002).

¹³A. Ishizawa and N. Nakajima, *Nucl. Fusion* **47**, 1540 (2007).

¹⁴F. L. Waelbroeck, F. Militello, R. Fitzpatrick, and W. Horton, *Plasma Phys. Controlled Fusion* **51**, 015015 (2009).

¹⁵M. Muraglia, O. Agullo, M. Yagi, S. Benkadda, P. Beyer, X. Garbet, S.-I. Itoh, K. Itoh, and A. Sen, *Nucl. Fusion* **49**, 055016 (2009).

¹⁶A. Ishizawa, S. Maeyama, T.-H. Watanabe, H. Sugama, and N. Nakajima, *Nucl. Fusion* **53**, 053007 (2013).

¹⁷M. Muraglia, O. Agullo, S. Benkadda, M. Yagi, X. Garbet, and A. Sen, *Phys. Rev. Lett.* **107**, 095003 (2011).

¹⁸X. Garbet, P. Mantica, F. Ryter, G. Cordey, F. Imbeaux, C. Sozzi, A. Manini, E. Asp, V. Parail, R. Wolf, and the JET EFDA Contributors, *Plasma Phys. Controlled Fusion* **46**, 1351 (2004).

¹⁹M. N. Rosenbluth and C. L. Longmire, *Ann. Phys.* **1**, 120 (1957).

²⁰T. C. Hender, J. C. Wesley, J. Bialek, A. Bondeson, A. H. Boozer, R. J. Buttery, A. Garofalo, T. P. Goodman, R. S. Granetz, Y. Gribov, O. Gruber, M. Gryaznevich, G. Giruzzi, S. Günter, N. Hayashi, P. Helander, C. C. Hegna, D. F. Howell, D. A. Humphreys, G. T. A. Huysmans, A. W. Hyatt, A. Isayama, S. C. Jardin, Y. Kawano, A. Kellman, C. Kessel, H. R. Koslowski, R. J. La Haye, E. Lazzaro, Y. Q. Liu, V. Lukash, J. Manickam, S. Medvedev, V. Mertens, S. V. Mirnov, Y. Nakamura, G. Navratil, M. Okabayashi, T. Ozeki, R. Paccagnella, G. Pautasso, F. Porcelli, V. D. Pustovitov, V. Riccardo, M. Sato, O. Sauter, M. J. Schaffer, M. Shimada, P. Sonato, E. J. Strait, M. Sugihara, M. Takechi, A. D. Turnbull, E. Westerhof, D. G. Whyte, R. Yoshino, H. Zohm, and the ITPA MHD, Disruption and Magnetic Control Topical Group, *Nucl. Fusion* **47**, S128 (2007).

²¹B. D. Scott, A. B. Hassam, and J. F. Drake, *Phys. Fluids* **28**, 275 (1985).

²²A. Poyé, Ph.D. thesis, Aix-Marseille University, 2012.

²³A. Poyé, O. Agullo, A. Smolyakov, S. Benkadda, and X. Garbet, *Phys. Plasmas* **21**, 020705 (2014).

²⁴O. Agullo, M. Muraglia, A. Poyé, S. Benkadda, M. Yagi, X. Garbet, and A. Sen, *Phys. Plasma* **21**, 092303 (2014).

- ²⁵R. J. LaHaye, R. Prater, R. J. Buttery, N. Hayashi, A. Isayama, M. E. Maraschek, L. Urso, and H. Zohm, [Nucl. Fusion](#) **46**, 451 (2006).
- ²⁶R. J. Buttery, P. Belo, D. P. Brennan, J. W. Coda, L. G. Eriksson, B. Goncalves, J. P. Graves, S. Günter, C. Hegna, T. C. Hender, D. F. Howell, H. R. Koslowski, R. J. LaHaye, M. Maraschek, I. C. Mayoral, M. F. F. Nave, O. Sauter, E. Westerhof, C. Windsor, Cross-Machine NTM Physics Studies, and Implications for ITER, in *Proceedings of 20th International Conference on Fusion Energy*, Villamoura (2003), p. EX/7-1.
- ²⁷C. C. Hegna, J. D. Callen, and R. J. LaHaye, [Phys. Plasmas](#) **6**, 130 (1999).
- ²⁸T. Shi, B. Wan, B. Shen, Y. Sun, J. Qian, L. Hu, X. Gong, G. Liu, Z. Luo, G. Zhong, L. Xu, J. Zhang, S. Lin, Y. Jie, F. Wang, B. Lv, and the EAST Team, [Plasma Phys. Controlled Fusion](#) **55**, 055007 (2013).

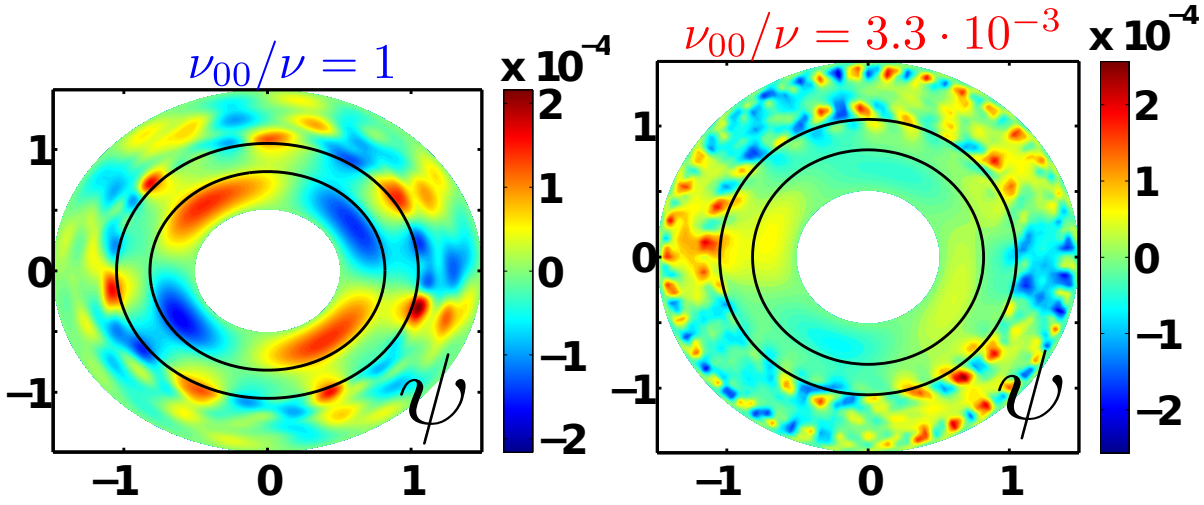


FIGURE 5.2.1. Instantané des fluctuations magnétiques dans le régime non-linéaire asymptotique. [Gauche] L'image provient d'une des simulations non linéaires de la section précédente. [Droite] Même paramètres de simulation qu'à gauche, sauf que $\nu_{00} \ll \nu$.

5.2. Rôle de l'écoulement zonal dans la dynamique d'une graine d'îlot induite par la turbulence

Un des problèmes inhérent à une approche fluide est que l'écoulement poloïdal du plasma induit par la turbulence, est faible comparé à ceux observés dans les simulations gyrocinétiques [84]. Cet écoulement est aussi appelé “écoulement zonal” ou “zonal flow” et/ou de sigle “ZF”. Il agit comme un modérateur du niveau de la turbulence et tend à inhiber la coalescence des tourbillons turbulents car du fait de son cisaillement, il les déchire. Il freine par conséquent les processus potentiels de cascades inverses ou de battement de modes. Dans le graphe de gauche de la figure (5.2.1), un instantané du champ des fluctuations magnétiques dans le régime non-linéaire est présenté. On observe clairement que la largeur de l'îlot est comparable à la taille des structures turbulentes. Elles ont elles mêmes de extensions et/ou des nombres d'ondes caractéristiques plus importants que les structures les plus instables linéairement. Afin d'inclure le mécanisme cinétique naturel des plasmas de tokamak de génération de ZF, nous injectons dans notre modèle fluide un mécanisme simple d'atténuation de la dissipation aux échelles

zonales $(m, n) = (0, 0)$. En gardant les notations du papier de la section précédente, il s'écrit :

$$(5.2.1) \quad \frac{\partial}{\partial t} \omega + \{\phi, \omega\} = \nabla_{\parallel} J - \frac{\kappa}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} p + \nu \Delta_{\perp} \omega + (\nu_{00} - \nu) \Delta_{\perp} \omega_{00} ,$$

$$(5.2.2) \quad \frac{\partial}{\partial t} \psi = \nabla_{\parallel} \phi - \nabla_{\parallel} P + \eta j ,$$

$$(5.2.3) \quad \frac{\partial}{\partial t} p + \{\phi, P\} = \hat{\rho}^2 \{\Psi, J\} + \chi_{\perp} \nabla_{\perp}^2 p .$$

Ainsi ν_{00} et ω_{00} sont respectivement le coefficient de viscosité et les fluctuations de vortacité du mode $(0, 0)$. Dans la figure (5.2.1), on avait $\nu_{00} = \nu$. Dans le graphe de droite, on obtient qu'en faisant tendre ν_{00} vers zéro, la turbulence se caractérise par des nombres d'ondes caractéristiques comparables aux nombres d'ondes où l'instabilité se développe : Le mécanisme partiel de coalescence des structures turbulentes vers les grandes échelles n'est plus présent. L'origine en est que l'objectif de ne pas freiner la génération du ZF, $v_0 = \widetilde{\phi}_{00}$, par dissipation a été atteint, comme on peut le constater sur la figure (5.2.2). On notera que l'écoulement zonal est concentré au niveau de la zone turbulente essentiellement (en grisé sur la figure) et n'a pas été amplifié au niveau de la surface résonante $q = 2$. La structure cisailée du ZF tend, en les advectant de façon différentielle, à déchirer les structures de cette turbulence anisotrope, qui tendraient à fusionner en son absence [136].

Par rétroaction directe sur les échelles turbulentes, il peut aussi agir comme un modérateur de la turbulence. Dans le contexte de cette étude, on peut se demander si l'îlot est encore généré dans la zone stable où se trouve la surface $q = 2$ et si sa taille en est affectée ? En premier lieu, on retrouve le fait que la zone reste stable non linéairement en dépit des relativement fortes fluctuations en pression du modes $(0, 0)$ et du ZF, voir figure (5.2.3). Quant aux fluctuations magnétiques, elles restent faibles énergétiquement par rapport à l'équilibre.

Néanmoins, comme on peut le voir sur la figure (5.2.1), il y a des fluctuations magnétiques caractéristiques d'un îlot $q = 2$ dans la zone stable. L'amplitude apparaît plus faible d'un facteur deux, si on compare au cas $\nu_{00} = \nu$. En fait, l'amplitude de l'îlot et plus spécifiquement sa largeur $w(t)$, d'une part, oscille sur des échelles de temps longues, et d'autre part, présente un niveau de fluctuations aux échelles rapides bien moins importants qu'en l'absence de ZF ($\nu_0 = \nu$). Ces aspects sont extrêmement clairs lorsqu'on trace les graphes $w = w(t)$ pour les deux cas, voir figure (5.2.4). Nous ne présenterons pas dans ce manuscrit une étude détaillée

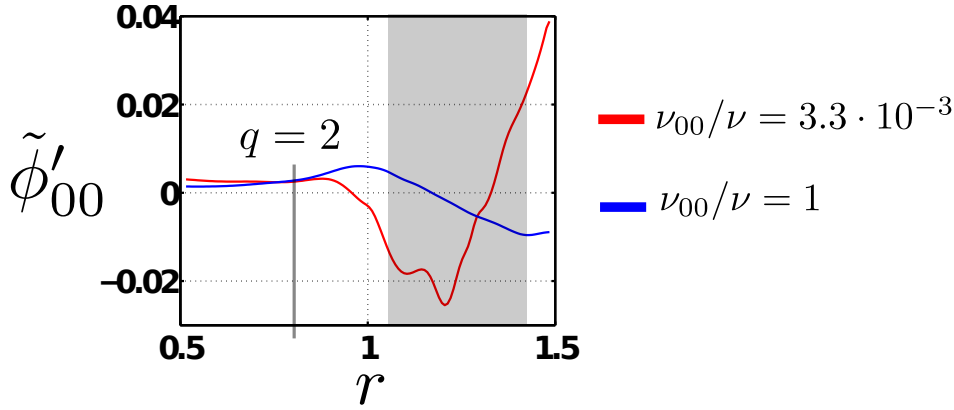


FIGURE 5.2.2. Profil des écoulements zonaux en fonctions de ν_{00}/ν . Mêmes simulations que le graphe précédent.

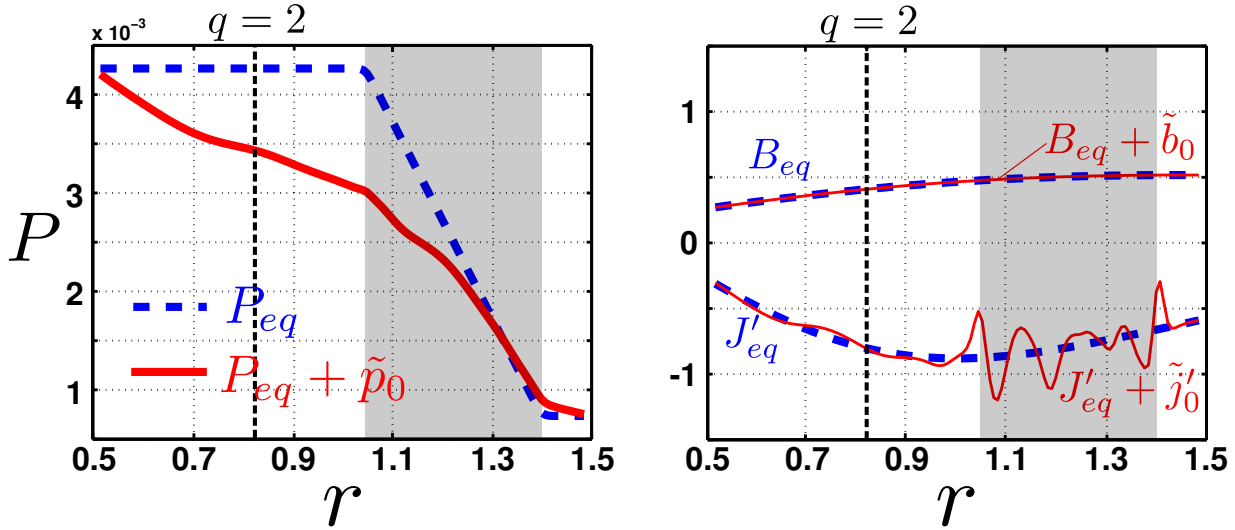


FIGURE 5.2.3. Profil des équilibres et des modes (0,0) dans la phase nonlinéaire. Mêmes simulations que le graphe précédent ($\nu_{00} \neq \nu$). On notera la stabilisation de la zone turbulente par aplatissement de la pression à droite qui joue le rôle de zone tampon numérique avec le bord.

les raisons de cette dynamique d'îlot fort différente, suivant qu'on laisse ou non croître un ZF. Précisons, néanmoins qu'un mécanisme de type prédateur-proie présentant une certaine intermittence temporelle est à l'œuvre. Il ne s'agit pas comme dans [29] d'un mécanisme proie-prédateur entre la turbulence de dérive et l'écoulement zonal. Il y a en fait un jeu à trois entre l'îlot, la turbulence petites échelles et l'écoulement zonal. Ce mécanisme tend à tuer les fluctuations rapides de la dynamique de l'îlot et peut provoquer un rétrécissement conséquent de ce dernier : sa taille décroît d'un facteur deux sur la figure de droite de (5.2.4)) sur des échelles de temps longues avant d'être à nouveau déstabiliser et subir une croissance exponentielle qui ramène l'îlot au voisinage de sa taille maximale. Un point important est que la taille *maximale*

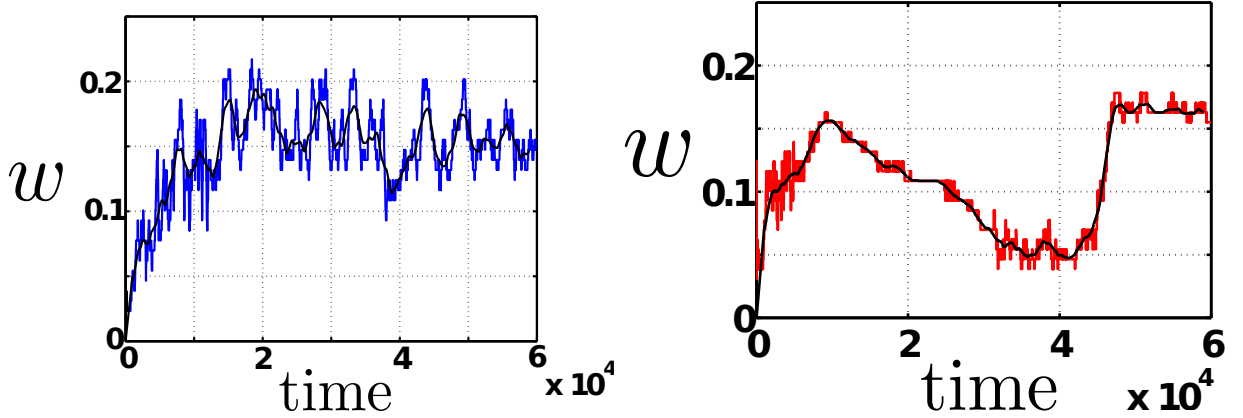


FIGURE 5.2.4. Taille des îlots en fonction du temps pour les mêmes simulations que la figure précédente. En noir, les valeurs moyennes $\bar{w}(t)$ sont tracées. En couleur, les valeurs instantanées $w(t)$ sont tracées. [Gauche] $\nu_{00} = \nu$. [Droite] $\nu_{00}/\nu = 3.3 \cdot 10^{-3}$.

de l'îlot n'est pas impactée par la présence de l'îlot. Or c'est justement la taille maximale atteinte par l'îlot qui détermine si un NTM peut être ou non généré. Il en ressort que les conclusions dressées à la section précédente, i.e. dans [109], reste valable en présence d'un écoulement zonal. Enfin, ce comportement de déstabilisation non linéaire de l'îlot n'est pas sans rappeler les FIR-NTM observés expérimentalement. En effet, similairement à l'étude discutée, les FIR-NTM se caractérise par une oscillation de la taille de l'îlot au cours du temps. Ils apparaissent au dessus d'un β_N critique, ce que nous avons discuté à la section 1.2, voir aussi la figure (1.2.1). Pour réellement, voir si la turbulence est à l'origine des FIR-NTM, il faudrait effectuer cette étude dans le cadre des NTM, i.e. en incluant à minima la physique du courant de bootstrap dans le modèle et s'intéresser à la dépendance en β de ce mécanisme.

Conclusion et perspectives

Les plasmas de tokamak se caractérisent par des fluctuations turbulentes présentent sur une large gamme d'échelles spatio-temporelles. Des instabilités d'échange sont pour une large part à l'origine de cette micro-turbulence. Une classe importante de perturbations de l'équilibre aux grandes échelles est celle des îlots magnétiques. Ils peuvent être générées par des instabilités de courant. Historiquement, nous l'avons vu, turbulence et îlots ont été étudiés séparément car les échelles caractérisant ne se recoupent pas, ni même les niveaux de fluctuations en jeu. Ces dernières années, les contours de cette séparation se sont progressivement effacés et l'influence de la turbulence sur les îlots magnétiques et inversement est devenu un sujet motivant un nombre croissant d'études.

Dans ce manuscrit, nous avons visé à d'établir un pont entre les problématiques et les questions non résolues liées à la présence d'îlots magnétiques dans les tokamaks (chapitre 1), les difficultés expérimentales à l'origine de ce manque de compréhension, les résultats d'expériences indiquant un lien entre îlots et turbulence (chapitre 2), et les expériences numériques que nous avons réalisées qui tracent des pistes pour mieux comprendre qualitativement ces interactions multi-échelles (chapitres 4 et 5). Le chapitre 3 où le modèle fluide est dérivé a été aussi utilisé pour discuter certains aspects problématiques de l'approche fluide comme l'adéquation de la hiérarchie de dérive à notre problématique ou la modélisation du tenseur de pression et des flux de chaleur parallèle.

Au travers du modèle simple et relativement générique que nous avons utilisé, qui en particulier se limite à un plasma où les températures des électrons et des ions sont fixées, nous avons montré que la turbulence peut générer des graines d'îlot et établir une signature qui caractérise ces derniers. Ce modèle est insuffisant pour étudier les propriétés de transport de chaleur et/ou des instabilités spécifiques telles que les ITG. Il est cependant remarquable que des simulations gyrocinétiques récentes retrouvent non seulement qu'un îlot magnétique graine peut-être généré par une micro-turbulence électromagnétique mais aussi le mécanisme à l'œuvre semble

être le même [67]. L'accélération exponentielle de la croissance de la graine par battement est un mécanisme clef de leurs résultats.

Nous avons aussi retrouvé certaines des caractéristiques observé expérimentalement et inexplicé, tout du moins de façon convaincante. Nous pensons aux observations d'applatissage partiel d'un îlot ou encore la prépondérance de la chaîne de couplage non linéaire $m \rightarrow m + 1$ (qui correspond expérimentalement à la chaîne $f_1 + pf_1 \rightarrow (p + 1)f_1$, voir 2.3.4 par exemple) de transfert d'énergie des grandes vers les petites échelles. La prochaine étape, ce que nous avons commencé à faire, sera d'introduire le courant de bootstrap dans le modèle pour voir si ces mécanismes restent présents lorsqu'il est pris en compte mais aussi lorsqu'un NTM est généré. Nos résultats préliminaires vont effectivement dans ce sens mais nous ne discutons pas ces aspects dans ce manuscrit qui est circonscrit à l'étude des graines d'îlot. Ces études seront potentiellement importantes car elles pourraient faciliter la comparaison avec les résultats expérimentaux. Nous avons vu en effet que ces derniers se heurtent à la difficulté de ne pas avoir de diagnostics adéquats pour observer des graines d'îlot, qui sont trop petites.

Nous avons vu aussi qu'il est possible que la turbulence de bord d'un tokamak puisse induire un îlot, éventuellement situé plus au cœur du tokamak. Cela peut-être intéressant dans certaines configurations magnétiques (à faible cisaillement magnétique) où la surface résonante $q = 2$ sera fortement décalée vers le bord et dont l'étude expérimentale est prévue dans le projet ITER. Bien évidemment, dans un tokamak, la turbulence est aussi présente au cœur de la machine et nos résultats montrent surtout qu'on peut s'attendre à des effets additifs des différentes turbulences pour générer une graine d'îlot magnétique. En d'autres termes, le battement localisé de mode au voisinage d'une surface résonante de faible rationalité n'est pas forcément le seul mécanisme à considérer pour évaluer la dynamique de l'îlot induit par la turbulence ainsi que sa taille à saturation. Cela reste néanmoins à démontrer. Un travail en géométrie pleinement torique doit être entrepris pour vérifier cet aspect. Dans ce dernier cas les résultats peuvent être altérés. En effet, d'une part on peut s'attendre à ce que le couplage non linéaire des modes soient modifiés/diminués. D'autre part, on peut avoir un mécanisme de pénétration de la turbulence dans la zone où grandit l'îlot qui facilitera le transfert d'énergie vers cette zone et éventuellement facilitera la croissance de l'îlot. La pénétration ou le transport de la turbulence, elle-même, dans une zone éventuellement stable en géométrie torique est un

phénomène d'essence non locale d'un point de vue du transport. Il a été mis en évidence au travers de simulations gyrocinétiques globales.

L'auto-organisation de la turbulence des plasmas de tokamak se caractérise par des barrières de transports, des mécanismes de transport à grande échelles tel que la pénétration de la turbulence que nous venons d'évoquer mais aussi par la génération d'écoulement zonaux par, encore une fois, la turbulence. Ici encore, il s'agit d'un mécanisme propre aux simulations gyrocinétiques. Nous l'avons introduit dans notre modèle fluide en diminuant la dissipation visqueuse des grandes échelles. Nous avons vérifié qu'un écoulement zonal dans la zone turbulente modifie la dynamique des graines d'îlot mais ne change pas la taille maximale que ce dernier peut atteindre. Cela est un point clef puisque, si on se confère à l'image classique : au-delà d'une taille critique une graine d'îlot devient un NTM, i.e. un îlot est amplifié par le courant de bootstrap qui induit un déconfinement et/ou une disruption ...

De façon assez inattendue, la dynamique de l'îlot observée en présence d'un fort écoulement zonal possède une propriété extrêmement caractéristique des FIR-NTM observés expérimentalement. En effet, nous avons observés que la taille de l'îlot peut fluctuer fortement sur des longs devant les temps caractéristiques de la turbulence. Ces résultats amènent à l'hypothèse que les fluctuations en taille des NTM à haut β pourraient liés à la turbulence sous-jacente. Il faudra bien-sûr inclure la physique des NTM pour vérifier la persistance du phénomène et d'effectuer une étude en β pour voir si il existe, comme observé expérimentalement, un β critique au dessus duquel les fluctuations en taille de NTM se produisent.

Au delà de l'étude de l'interaction entre îlot et turbulence, il me semble qu'un effort important devrait être entrepris pour étudier la physique mesoscale - intermédiaire entre les échelles MHD et de turbulence - dans les plasmas de tokamak d'un point de vue expérimental, théorique et numérique. Cela pourrait être une étape importante dans le cadre d'un objectif de meilleure compréhension/contrôle de la physique à haut β , où les fluctuations magnétiques devraient jouer un rôle non négligeable.

Annexes

7.1. Les particules piégées et le courant autogénéré dit de “bootstrap”

7.1.1. Particules piégées : Les particules avec une vitesse parallèle v_{\parallel} suffisamment importante circulent continuellement autour du tore. Les autres sont piégées toroïdalement et radialement sur le voisinage d’une portion d’une surface magnétique.

Le mécanisme de piégeage. Il s’agit du phénomène de miroir magnétique qui amène à la réflexion d’une particule chargée lorsqu’elle est immergée dans un champ magnétique inhomogène [5]. En effet, dans la limite de faibles variations du champ magnétique et sur des échelles de temps grandes devant la gyro-période, l’énergie cinétique $E = mv^2/2$ et l’invariant adiabatique $\mu = mv_{\perp}^2/2B$ sont constants au cours du mouvement des particules. Ce dernier n’est rien d’autre que le moment magnétique généré par la gyration de Larmor de la particule chargée autour de son centre guide ou gyro-centre. Ainsi, essentiellement, la particule ou plutôt son gyro-centre suit la ligne de champ avec $v_{\parallel} = \pm\sqrt{2(E - B\mu)}$. En s’enroulant sur la surface magnétique torique $r = \text{Cte}$ ($q \neq 1$, $\mathbf{r} \neq \mathbf{Cte}$) générée par l’équilibre, la particule oscille entre la partie faible et fort champ magnétique du tore : l’amplitude du champ magnétique $B \sim 1/R$ oscille entre $B_{\min} = B_0 R_0 / (R_0 + r)$ et $B_{\max} = B_0 R_0 / (R_0 - r)$. La vitesse parallèle de la particule le long de sa trajectoire peut donc être amenée à s’annuler, si μ n’est pas trop faible, plus précisément si il existe et/ou elle atteint une position \mathbf{r} telle que $B_{\text{rebr.}}(\mathbf{r}) = E/\mu \leq B_{\max}$. Elle rebrousse alors chemin et est dite piégée. Si les conditions initiales sont telles que $E/\mu > B_{\max}$, la particule ne rebrousse pas chemin et est alors passante.

La proportion de particules piégées. La vitesse parallèle d’une particule piégée est maximale du côté champ faible où on a $R = R_0 + r$ et où elle est majorée par la relation $v_{\parallel}/v_{\perp} = \sqrt{(B_{\text{rebr.}} - B_{\min})/B_{\min}} \leq \sqrt{(B_{\max} - B_{\min})/B_{\min}} \equiv \tan \theta_c \approx \sqrt{2r/R_0} \sim \sqrt{2\epsilon}$. Dans l’espace $(v_{\perp}, v_{\parallel})$, les particules piégées sont donc celles situées dans le cône $v_{\parallel}/v_{\perp} \leq \sqrt{2\epsilon}$ et les autres sont passantes, voir figure 7.1.1. L’ordre de grandeur de la fraction de particules piégées se calcule

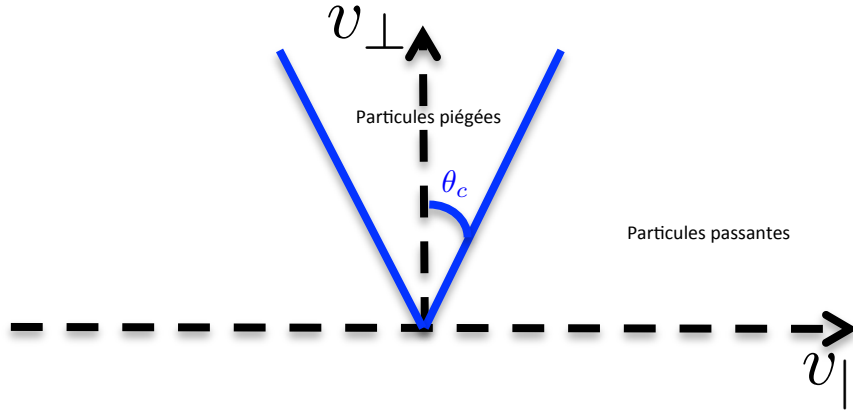


FIGURE 7.1.1. Caractérisation des particules passantes et piégées dans l'espace des vitesses.

aisément dans l'espace $(\mathbf{v}_{\perp}, v_{||})$ en coordonnées sphériques : pour une distribution Maxwellienne de vitesses F_M , cette fraction est $f = n^{-1} \int_{\pi/2-\theta_c}^{\pi/2+\theta_c} d\theta \sin \theta \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{+\infty} v^2 dv F_M(v) \approx \sqrt{2}\epsilon$ et est donc petite devant celles des orbites passantes $1 - f$.

La largeur radiale de leurs trajectoires. En réalité, au cours de leurs trajectoires, les particules dérivent orthogonalement au champ magnétique du fait des dérives verticales qu'elles subissent dans un tokamak, ce qui confère une épaisseur à leurs orbites. La largeur de l'orbite banane peut s'estimer en invoquant la conservation du moment angulaire toroïdale $p_{\phi} = m_s R v_{\phi} + e_s \psi$ au cours de la trajectoire de la particule, en régime stationnaire. Après avoir rebroussé chemin, v_{ϕ} a changé de signe, et la particule tourne en sens inverse de celles de même espèce passantes. Côté faible champ, au point de la trajectoire le plus éloigné de l'axe du tore, à la distance notée $R(r_n)$ après n rebroussement de chemin, la particule ne peut repasser toujours au même point puisque $p_{\phi} = (-1)^n m_s R(r_n) v_{\phi}^{\max} + e_s \psi(r_n) = Cte$ est indépendant de n . Comme $r/R \ll 1$, $R(r_n) \sim Cte$. La largeur radiale maximale de l'orbite banane w_b égale naturellement l'écart radial avant et après rebond, lorsque la particule atteint sa vitesse parallèle maximale et donc passe au niveau faible champ de l'orbite. Le saut radial moyen procède ainsi de l'égalité $2m_s R v_{\phi}^{\max} + e_s \Delta\psi = 0$ avec $v_{\phi}^{\max} \approx v_{||}^{\max} \approx \sqrt{2}\epsilon v_T$ pour une particule piégée et $\Delta\psi \approx B_p(r_{n+1} - r_n) \equiv B_p \Delta r$. Par conséquent, l'extension radiale de la trajectoire est $w_b \equiv \Delta r \approx \sqrt{\epsilon} \rho_p$ où ρ_p est le rayon de Larmor évalué avec le champ poloïdal (voir figure 7.1.2).

La géométrie en forme de banane de leurs trajectoires, leurs fréquences de rebond et leurs temps caractéristiques de piégeage. L'extension L de la trajectoire d'une particule piégée peut

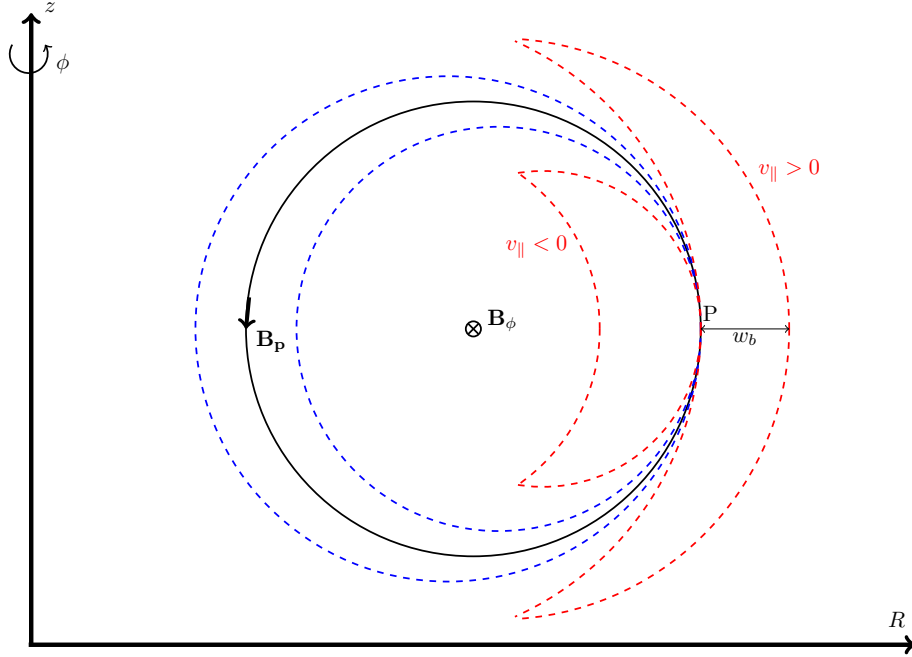


FIGURE 7.1.2. Projection schématique de la trajectoire dans un plan poloïdal des positions gyrocentres de particules passantes (trajectoires en bleu) et piégées (trajectoires en rouge) passant par un même point P . En réalité, leurs trajectoires sont très allongées dans la direction toroïdale $\hat{\phi}$. Le signe de v_{\parallel} indiqué correspond à des particules chargées positivement, l'axe magnétique vertical étant à gauche sur le schéma [18].

atteindre $L = q\pi R$, la distance entre la partie fort et faible champ le long de la ligne de champ. Elle est en moyenne une fraction de L , i.e. elle est statistiquement bien plus grande que l'extension radiale w_b . Le temps de transit des particules passantes peut- donc être défini par $\tau_{\text{pass}} = qR/v_{T,\text{pass}}$ et celles des piégées par $\tau_{\text{piég}} = qR/v_{T,\text{piég}} \sim \tau_{\text{pass}}/\sqrt{\epsilon}$. La fréquence de rebond est de fait $\tau_{\text{piég}}^{-1}$. Les surfaces magnétiques étant courbées et $w_b \ll L$, la particule aura une orbite en forme de “banane” très allongée en moyenne dans la direction toroïdale.

La notion de fréquence de rebond n'a de sens que dans la mesure où la fréquence de collisions est suffisamment faible pour que les particules chargées puissent effectivement effectuer un certain nombre de fois le tour de leur orbite. En fait, les collisions mutuelles des particules tendent à les faire sortir du piège. La fréquence caractéristique de sortie de la zone de piège est de l'ordre de ν_c/ϵ où ν_c est la fréquence de collision. L'inverse de cette fréquence correspond à la durée caractéristique de piégeage

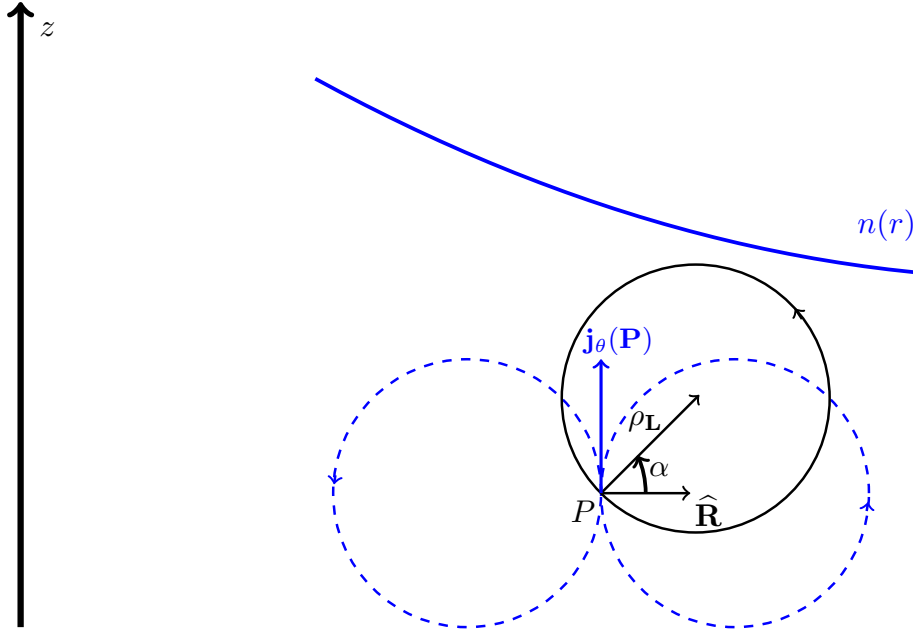


FIGURE 7.1.3. Courant de magnétisation induit par un gradient de densité en un point $P(\mathbf{r} = r\hat{\mathbf{R}}, \theta = 0)$. Les particules, pour une espèce, une température et donc un rayon de Larmor donnés, de par leurs vitesses de rotations autour de leurs gyrocentres, induisent individuellement un courant. Par symétrie, ce courant est nul si la densité est constante (cercles bleus) et orienté selon $\hat{\theta}$ sinon. Il faut alors faire une moyenne sur toutes les particules passant par P et donc sur l'angle α qui détermine la position du gyrocentre. Les symétries donnent alors une contribution encore selon $\hat{\theta}$. La distance entre l'axe magnétique à gauche et le point P est largement sous-évaluée sur la figure puisque généralement $R = R_0 + r > R_0 \gg r \gg \rho_L$.

7.1.2. Courants de magnétisation : Le courant de magnétisation est celui induit par la présence d'un gradient de densité ou de température pour une espèce de particules données. En effet, supposons par exemple que $n'(r) < 0$ et $\mathbf{B} \parallel \hat{\mathbf{z}}$. Du fait de leur gyration de Larmor, les particules de l'espèce considérée tournent dans le même sens dans le plan (r, θ) , par exemple le sens trigonométrique. À une position \mathbf{r} donnée, par exemple le point $P(\mathbf{r} = r\hat{\mathbf{R}}, \theta = 0)$ sur la figure (7.1.3), les particules de vitesses orientées selon $+\hat{\theta}$ et dont les gyrocentres sont en $\mathbf{r} - \rho_L \hat{\mathbf{r}}$ sont plus nombreuses que celles dont la vitesse est selon $-\hat{\theta}$ et dont les gyrocentres sont en $\mathbf{r} + \rho_L \hat{\mathbf{r}}$ puisque $n'(r) > 0$. ($\hat{\mathbf{u}}$ désigne le vecteur unitaire dans la direction \mathbf{u} et en P , $\hat{\mathbf{r}} = \hat{\mathbf{R}}$). Par conséquent, elles généreront un courant moyen non nul selon $\hat{\theta}$. Le courant diamagnétique ainsi généré en r par une espèce de particule, qui peut se calculer en $\theta = 0$, est $j_\theta(r) = \int d\mathbf{v} F_M(\mathbf{v}) \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} e_s v_\theta (n(r + \rho_L \cos \alpha) - n(r - \rho_L \cos \alpha)) d\alpha$ où $\rho_L = 2\pi v_\theta / \omega_c$, F_M est la distribution Maxwellienne des particules et $\alpha = (\hat{\rho}_L, \hat{\mathbf{R}})$. Ainsi, en introduisant $\rho_L^{\text{fl}} = 2\pi v_T / \omega_c$

le rayon de Larmor fluide de l'espèce s considéré et ne considérant pas les gradients de températures, $j_\theta(r) \propto e_s v_T \rho_L^{\text{fl}} n'(r) = B^{-1} p'(r)$. Un gradient de température $T'(r)$ implique aussi un courant de magnétisation car des particules plus chaudes ont une vitesse moyenne plus élevée. Les particules passantes comme piégées induisent des courants de magnétisations.

7.1.3. Courant des orbites bananes : Le courant induit par les orbites bananes est le fruit d'un mécanisme est similaire au courant de magnétisation dans le sens où les orbites bananes jouent le rôle des orbites de Larmor. Par analogie, comme pour les particules piégées, le champ magnétique qui compte est B_θ et non B_ϕ , la direction du courant est parallèle et non poléoïdale, la densité de particule piégée est de l'ordre de $\sqrt{\epsilon} n$ et non n , la vitesse thermique parallèle $\sqrt{\epsilon} v_T$ et non v_T et par conséquent, aussi, le rayon de Larmor fluide est de l'ordre de $\sqrt{\epsilon} \rho_L^{\text{fl}}$ et non ρ_L^{fl} : Les orbites bananes génèrent donc un courant $\mathbf{j}_{\text{ban}} \sim \pm \epsilon^{3/2} B_p^{-1} p'(r) \hat{\mathbf{b}}$. Le signe \pm est celui de la direction des passantes pour une espèces considérée dans un plasma de température homogène.

7.1.4. Courant de bootstrap : Le courant de bootstrap ou d'amorçage des NTM est un courant qui est lié à l'existence d'orbites bananes. Contrairement aux courants de magnétisation, il a un caractère collisionnel et est parallèle au champ magnétique. Il résulte de la friction entre les électrons passants et piégés et du caractère élastique des collisions Coulombiennes.

Considérons le transfert élastique de quantité de mouvement des piégées vers les passantes dont le temps caractéristique est celui de dépiégeage $(\nu_c/\epsilon)^{-1}$. On s'intéresse au régime dit “banane”, ce qui correspond au cas où la fréquence de rebond des particules piégées est grande devant ν_c/ϵ ; autrement dit, un grand nombre de rebonds est statistiquement effectuée par une particule piégée avant qu'elle ne sorte du piège. Le caractère diffusif des diffusions coulombiennes et donc de dépiégeage permet alors de quantifier la variation de quantité de mouvement des passantes de densité $n(1 - \sqrt{\epsilon}) \sim n$ induite par les piégées de densité $\sqrt{\epsilon} n$ [103] :

$$\begin{aligned} n \frac{\partial u_{i\parallel p}}{\partial t} &= + \frac{\nu_{ii}}{\epsilon} e^{-1} j_{\text{ban}} - \nu_{ii} \sqrt{\epsilon} n u_{i\parallel p} - \nu_{ie} n (u_{i\parallel p} - u_{e\parallel p}) , \\ n \frac{\partial u_{e\parallel p}}{\partial t} &= - \frac{\nu_{ee}}{\epsilon} e^{-1} j_{\text{ban}} - \nu_{ee} \sqrt{\epsilon} n u_{e\parallel p} - \nu_{ei} n (u_{e\parallel p} - u_{i\parallel p}) . \end{aligned}$$

Les fréquences de collisions satisfont [57] $\nu_{ie} \sim k\nu_{ei} \sim k\nu_{ee} \sim \sqrt{k}\nu_{ei}$ où $k = m_e/m_i$. Le courant de bootstrap \mathbf{j}_b est celui nécessaire pour maintenir un équilibre entre les particules qui sont piégées et dépiégées en régime stationnaire. Par conséquent,

$$u_{i\parallel p} = \frac{j_{\text{ban}}}{e\epsilon^{3/2}n} \sim (enB_p)^{-1}Tn'(r)$$

$$j_b = -\frac{\nu_{ee}}{\epsilon\nu_{ei}}j_{\text{ban}} - \frac{\nu_{ee}\sqrt{\epsilon}}{\nu_{ei}}en u_{e\parallel p} \sim -\sqrt{\epsilon}B_p^{-1}Tn'(r)$$

Ainsi, l'échange de quantité de mouvement total entre *toutes* les particules est nul. Il est le reflet d'un équilibrage, en régime stationnaire, entre le transfert de quantité de mouvement des piégées vers les passantes par diffusion coulombienne et la perte de quantité de mouvement par friction entre les électrons et les ions. On voit qu'il est $1/\epsilon$ plus grand que le courant des bananes et $\sqrt{\epsilon}B/B_p$ plus grand que le courant diamagnétique.

L'expression du courant de bootstrap (1.2.1) a été dérivée dans [115] (formule (184)) pour le régime banane dans le cas général. Dans la limite $T_i \lesssim T_e$ et $n'/n \ll T_e'/T_e$, qui est une situation plutôt réaliste au cœur d'un tokamak, on retrouve l'expression $j_b \sim -\epsilon^{1/2} \frac{1}{B_p} \frac{\partial p_e}{\partial r} \sim -\frac{q_s}{\sqrt{\epsilon_s}B_z} \frac{\partial p_e}{\partial x}$. On peut utiliser une expression alternative du courant de bootstrap en introduisant le courant total tel qu'introduit dans la note de bas de page (8) mais intérieur à la zone résonante $j_b \sim -\epsilon^{1/2} \frac{\beta_p}{L_p} \frac{B_p}{\mu_0} = -\epsilon^{1/2} \frac{\beta_p}{L_p} I_p(r_s)/(4\pi r_s)$. Pour une discussion approfondie mais didactique sur l'origine du courant de bootstrap, on pourra avantageusement consulter [103].

7.2. Effet du courant de bootstrap sur la croissance d'un îlot

Pour mieux cerner l'effet du courant de bootstrap, il est utile d'introduire à ce stade, l'équation de Rutherford généralisée qui permet d'estimer la vitesse de croissance de la largeur radiale d'un îlot \dot{w} en fonction de sa taille w et des différents paramètres d'une décharge. Une version simplifiée de cette équation consiste à ne prendre en compte que le mécanisme de base de déstabilisation d'un îlot par déchirement magnétique (instable lorsque $\Delta' > 0$) [89, 104, 133, 80, 118], les effets de courant de bootstrap et ceux de polarisation

ionique¹. On a alors

$$(7.2.1) \quad \frac{\tau_R}{r_s} \frac{dw}{dt} = r_s \Delta' + 6.54 r_s \sqrt{2\epsilon_s} \frac{\beta'_{ps}}{s_s} \left(\frac{w}{w^2 + w_d^2} - \frac{w_{\text{pol}}^2}{w^3} \right),$$

avec $w_d \sim 1.8w_c$ [38, 16]. τ_R est le temps résistif. $\beta'_{ps} = -(q_s/\epsilon_s)^2 \mu_0 r_s p'_s / B_\theta^2$ est lié au gradient de pression dans l'îlot et est essentiellement proportionnel à β_p . Clairement, dès que $\Delta' > 0$, pour obtenir une saturation de l'îlot il faut inclure les effets de polarisation.

Dans les décharges d'intérêt, on essaye de générer des équilibres où l'instabilité de déchirement est stable ($\Delta' < 0$). Lorsque $\Delta' < 0$, le seul terme potentiellement déstabilisant correspond alors aux effets de courant de bootstrap qui peuvent se mettre sous la forme²

$$r_s \Delta_{\text{boot}}(w) = a_2 r_s \beta_p \sqrt{\epsilon} (L_q / L_p) w / (w^2 + w_d^2) = a_2 (j_{\text{boot}} / j_{\text{tot}}) L_q w / (w^2 + w_d^2).$$

Pour les situations classiques dans les tokamaks, on a $s_s > 0$ et $p'_s < 0$. Le terme lié au courant de bootstrap est alors bien déstabilisant. Négligeons provisoirement et par souci de simplicité les effets de polarisation, autrement dit considérons la situation $w_{\text{pol}} = 0$. Dans ce cas de figure, dès qu'il existe un îlot graine de taille initiale satisfaisant $w_g = w(t=0) > w_{gc} \sim w_d^2 L_p / (a_2 \beta_p \sqrt{\epsilon} L_q |\Delta'|)$, (7.2.1) implique $\dot{w} > 0$ et donc croissance de l'îlot du fait de la présence du courant de bootstrap. La taille à saturation de l'îlot $w_s \sim a_2 \beta_p \sqrt{\epsilon} L_q |\Delta'| / L_p$ sera ainsi proportionnelle à β_p . L'amplification de l'îlot graine résultante w_s / w_{gc} est potentiellement importante. Il est intéressant de noter que la taille critique de la graine dépend de l'équilibre choisi et d'un seul autre paramètre w_d . Ce dernier, essentiellement, n'influence pas la taille finale.

1. le terme proportionnel à w_{pol}^2 dit de polarisation contient une divergence non physique dans la limite des petits îlots comme on peut le voir dans l'Éq. (7.2.1). Cela explique quelques variations d'écritures possibles dans la littérature, le terme de polarisation w_{pol}^2 / w^3 étant aussi par exemple exprimé sous la forme équivalente $a_{\text{pol}} w / (w^4 + \hat{w}_d^4)$. \hat{w}_d est parfois négligé ou pris égal à une largeur de l'ordre de celle des orbites bananes $\rho_b = \sqrt{\epsilon} \rho_L$ [119].

2. Dans le cadre de comparaison avec des résultats expérimentaux ou de perspectives pour prédire l'impact des îlots dans ITER, le proportionnel à β'_{ps} est en général réécrit de façon à introduire des quantités plus facilement mesurables : $6.54 r_s \sqrt{2\epsilon_s} \frac{\beta'_{ps}}{s_s}$ est mis sous la forme $a_2 r_s \beta_p \sqrt{\epsilon} (L_q / L_p) = a_2 L_q j_b / j_{\text{tot}}$ où a_2 est un coefficient numérique.

7.3. Turbulence d'ondes de dérive

Une turbulence d'ondes de dérives est essentiellement une turbulence dont les modes excités se propagent dans le tore à la vitesse $\overline{\mathbf{E}} \times \overline{\mathbf{B}}/\overline{B}^2$ du plasma, correspondant à un décalage Doppler en fréquence noté $\omega_{\overline{\mathbf{E}} \times \overline{\mathbf{B}}}$ d  notamment à la présence d'un champ électrique radial, mais à laquelle se superpose une vitesse de dérive diamagnétique électronique. Ainsi dans le repère du laboratoire, on mesurera un spectre de fluctuations de fréquence ω'_k de la forme

$$(7.3.1) \quad \omega'_k = \omega_k + \omega_{\overline{\mathbf{E}} \times \overline{\mathbf{B}}} ,$$

où typiquement ω_k est la fréquence des ondes de dérive pour un nombre d'onde k donné aux échelles de propagations des ondes de dérives où ce type de turbulence domine ($k_\theta \rho_s \leq 1$). D'un point de vue théorique et linéaire (non linéairement les fréquences sont similaires en première approximation), on a

$$(7.3.2) \quad \omega_k \sim \omega_e^* \frac{1}{1 + k_\theta^2 \rho_s^2}$$

où $\omega_e^* = -k_\theta T_e/(eBL_n) = -k_\theta \rho_s c_s/L_n$ est la fréquence diamagnétique électronique, ρ_i et $\rho_s = \rho_i \sqrt{T_e/T_i} = \sqrt{m_i T_e}/(eB)$ sont, respectivement, les rayons de Larmor ionique et hybride, $c_s = \rho_s \omega_{ci} = \sqrt{T_e/m_i}$ la vitesse du son hybride. On peut regarder les hypothèses minimales qui amènent à cette expression. On considère des phénomènes basses fréquence $\omega \ll \omega_{ci} = eB/m_i$ dans le cadre d'une approximation fluide, les ions froids, et les électrons chauds et une géométrie slab $\mathbf{B}_\phi \sim B\hat{\mathbf{z}}$. Les vitesses de dérive dominantes du fluide d'ions sont alors $\delta \mathbf{v}_{i,\perp} = \delta \mathbf{v}_E + \delta \mathbf{v}_{\mathbf{p}i} + \delta \mathbf{v}_{\parallel i}$ avec $\delta \mathbf{v}_E = \delta \mathbf{E} \times \mathbf{B}/B^2$ et $\delta \mathbf{v}_{\mathbf{p}i} = (B\omega_{ci})^{-1} \partial_t \delta \mathbf{E}_\perp$ (vitesse de polarisation ionique) puisque $\partial_t \delta \mathbf{v}_i + \delta \mathbf{v}_i \cdot \nabla \delta \mathbf{v}_i = qm_i^{-1}(\delta \mathbf{E} + \delta \mathbf{v}_i \times \mathbf{B})$. L'équation de continuité des ions linéarisé s'écrit alors $\partial_t \delta n_i + \delta v_E \cdot \nabla n_i + n_i \nabla \cdot \delta \mathbf{v}_{\mathbf{p}i} + \nabla_\parallel \cdot (n_i \delta v_{\parallel i}) = 0$ où localement l'équilibre s'écrit $n_i = n(x = r - r_s)$. La condition de quasi-neutralité $\delta n_e \sim \delta n_i$ couplée à l'équation de Boltzmann (projection de l'équation de mouvement des électrons dans la direction parallèle) $\delta n_e/n_e \sim e\delta\phi/T_e$ permet d'écrire l'équation des fluctuations de densité sous la forme $\partial_t(1 - \rho_s^2 \nabla_\perp^2) \delta\phi + v_\star \partial_y \delta\phi + T_e/(en) \nabla_\parallel (n \delta v_\parallel + J_\parallel/e) = 0$. $\delta\phi$ est le potentiel électrique et $v_\star = \omega_e^*/k_\theta$. On trouve donc bien la relation de dispersion ci-dessus en omettant les effets parallèles de fluctuations de vitesse et de courant.

Si on tient compte aussi de la présence de gradient de température ionique et pas seulement de densité, on peut obtenir une expression légèrement plus générale[99, 53]

$$(7.3.3) \quad \omega_k \sim \omega_e^* \frac{1 - k_\theta^2 \rho_i^2 (1 + \eta_i)}{1 + k_\theta^2 \rho_s^2}$$

où $\eta_i = L_n/L_{T_i}$. Dans ces dérivations, en particulier dans la présentation didactique [53], les branches stables et instables des ondes de dérive en présence d'un gradient de température ionique, en particulier les modes ITG idéaux et résistifs, l'instabilité dissipative des ondes de dérives collisionnelles ainsi que les modes induits par les perturbations de température électronique, sont mis en évidences. ITG est l'acronyme de Ion Temperature Gradient. Les conditions de déstabilisation en fonction des différents gradients et échelles sont explicitées et les mécanismes de déstabilisation y sont décrits. L'ordre de grandeur du taux de croissance γ de l'instabilité dissipative est en première approximation $\gamma \sim \omega_e^* \nu_e (k_\perp \rho_s)^2 / (k_\parallel v_{th,e})^2$ où ν_e est la fréquence de collision des électrons. On pourra aussi s'intéresser à la dérivation effectuée dans [11] qui met en évidence que l'instabilité d'onde de dérive peut-être aussi vue comme résultant d'un mécanisme d'interaction entre ondes et particules. Le rôle des fluctuations du champ magnétiques et la géométrie globale (courbure) des lignes de champ magnétiques de l'équilibre n'est pas évalué. Néanmoins, ces fréquences correspondent à celles du spectre turbulent mesurées dans un tokamak, en particulier dans la région du bord du tokamak ($\overline{\omega_k}^{\text{exp}} \sim \omega_e^*$)[143] où des modes interchange de type ballooning peuvent se développer. Dans [59], il est montré que les fréquences caractéristiques de propagation de ces instabilités sont les fréquences diamagnétiques tandis que leur taux de croissance opèrent sur des temps caractéristiques bien plus rapides (voir aussi l'annexe 7.4). il s'agit de la région où les gradients de densité et de température sont importants $r/a \leq 1$, situé avant ou au voisinage de la dernière surface fermée lorsqu'il y a une configuration magnétique avec un point X.

7.4. Quelle Hiérarchie pour un plasma de tokamak ?

Considérons des valeurs numérique réalistes pour un tokamak, à une densité $n = 1 - 5 \cdot 10^{19} \text{m}^{-3}$, un champ magnétique $B = 5 \text{T}$, une température variant entre le bord et le cœur dans la plage $k_B T_e = k_B T_i = 0.5 - 5 \text{keV}$ et le petit rayon $a = 1 \text{m}$. Typiquement, dans la région

du bord de tokamak, $L = L_{\nabla P}$ est une fraction de a , notamment en mode H, et on prend $a/L = 1 - 10$. Cela donne $\delta \sim 10^{-4}$ au bord et $\delta \sim 10^{-3}$ vers le cœur.

7.4.1. Fréquences caractéristiques. - Concernant les instabilités de types interchange, on a pour le ballonnement $\gamma_{\text{Ball}}/\Omega_{ci} \sim \delta \sqrt{1 + T_i/T_e}$ [6] et la relation (3.0.1) indique que $\gamma_{\text{Ball}}/\Omega_{ci} \sim \gamma_{\text{ITG}}/\Omega_{ci} \sim \delta$ et $\gamma_{\text{ETG}}/\Omega_{ci} \sim \delta \sqrt{m_i/m_e} \sim 60\delta$. Ainsi le temps caractéristique $\tau = \omega^{-1} \equiv \gamma^{-1}$ de croissance des instabilités de type interchange satisfait $\delta^2 \ll w/\Omega_{ci} \in [\delta, 60\delta] \ll 1$. Néanmoins, la fréquence caractéristique de propagation de ces instabilités (partie imaginaire du taux de croissance) est, comme on l'a vu dans l'annexe (7.3), la fréquence diamagnétique $w/\Omega_{ci} = k_\theta c_s \delta \sim \delta^2$. Ainsi, la plage de fréquences que couvre, linéairement, les instabilités de type interchange est en réalité $w/\Omega_{ci} \in [\delta^2, 60\delta] \ll 1$. Nonlinéairement, la présence d'écoulements zonaux (mécanisme gyrocinétique) réduit la turbulence et les taux de croissance effectifs, mais n'est pas en contradiction avec cet ordering ou hiérarchie. Il en ressort que la hiérarchie de dérive est adaptée à l'étude des mécanismes d'interchange, étant entendu que les mécanismes cinétiques non inclus dans l'approche fluide nécessitent une attention particulière. En particulier, au chapitre suivant, nous nous intéresserons à la question de la génération des écoulements zonaux.

- Concernant les instabilités de déchirement magnétiques, il faut d'abord noter que les îlots magnétiques qu'elle génère sont entraînés linéairement à la fréquence diamagnétique électro-
nique et non linéairement ils sont entraînés par les vitesses de dérive ExB et diamagnétiques [90] qui sont comparables, autrement dit, dans le cadre de la hiérarchie de dérive $w/\Omega_{ci} \sim \delta^2 \ll 1$. Concernant les temps caractéristiques de croissance, $\gamma_{\text{tear}}\tau_A \sim (L_\perp \Delta')^{1/5} \eta^{3/5} (L_\perp k)^{2/5} (L_\perp/b)^{2/5}$ où L_\perp est la longueur de cisaillement magnétique du champ d'équilibre et $b \equiv \sqrt{-j_s/j_s''}$. On prend pour simplifier, $b \sim L_\perp \sim r_s = k^{-1}$ et $\tau_A = L_\perp/v_A$ le temps d'Alfvén. On a les ordres de grandeur $\tau_A \approx 10^{-9}\text{s}$, $\eta = 5.10^{-9}\Omega\text{m}$, $\Omega_{ci} \approx 10^8 B$ [138]. Δ' est le paramètre de stabilité (le système est instable lorsque $\Delta' > 0$). On voit ainsi que $\gamma_{\text{tear}}/\Omega_{ci} \approx 10^4 (r_s \Delta')^{1/5} / \Omega_{ci} \approx 10^{-5} \in]\delta^2, \delta[$. Les taux de croissance sont plus faibles que pour l'instabilité d'interchange, mais restent compatibles avec la hiérarchie de dérive notamment dans la limite recherchée dans les tokamaks $\Delta' < 0$ ou à défaut $\Delta' \rightarrow 0$. Plus généralement, dans le contexte des tokamaks contemporains,

la hiérarchie de dérive reste pertinente même pour étudier la physique rapide des disruptions du fait des progrès en matière de confinement [62].

7.4.2. Longueurs et vitesses caractéristiques. Une des difficultés inhérentes à l'approche fluide est que les instabilités de type interchange ont des taux de croissance maximaux aux échelles spatiales de quelques rayons de Larmor. Il faut donc discuter l'impact lié à la finitude des rayons de Larmor fluide (Finite Larmor Radius ou F.L.R.), i.e. le fait que $\rho_s = c_s/\Omega_{ci} \neq 0$. La discussion de la section précédente portait sur les échelles de temps mais il faut aussi considérer les échelles spatiales. Comme nous nous intéressons aux interactions entre échelles MHD et turbulentes, nous sommes amenés à considérer un ordering présentant deux échelles spatiales : celle reliée aux équilibre et à la MHD $\delta = \rho_s/L_\nabla \ll 1$, et celle où les instabilités et/ou la turbulence se développent. On a typiquement $\delta_{\text{inst}} = \rho_s/L_{\text{inst}} \sim 0.3$. Expérimentalement, aux échelles turbulentes, les fluctuations électriques et de densité $\tilde{E}/E \sim \tilde{n}/n$ peuvent atteindre 10% et les fluctuations magnétiques sont en général un ordre de grandeur plus faible (voir chapitre 2). Regardons comment cela impacte sur les vitesses de dérive de la hiérarchie de dérive :

- Considérons les échelles MHD où $\omega/\Omega_{ci} \sim \delta^2$: Comme, $v_{\text{pol},s}/v_\perp \sim (m_s/m_i)(\omega/\Omega_{ci})$, à l'ordre δ^2 , la vitesse de polarisation électronique peut-être négligée mais pas la vitesse de polarisation ionique. De plus, $v_{\text{dia},e}/v_E \sim (\rho_s/L)(c_s/V) = (\rho_s/L)^2(\Omega_{ci}/\omega)$ où $(L, V = wL)$ sont les longueurs et vitesses caractéristiques de la dynamique étudiée. Aux échelles MHD, la hiérarchie de dérive s'écrit $(\rho_s/L)^2(\Omega_{ci}/\omega) \sim 1$, i.e que les vitesses diamagnétiques et $E \times B$ sont donc du même ordre de grandeur : $v_{\text{dia},e}/v_E \sim 1$. À noter que pour la hiérarchie MHD où $v_{\text{dia},e}/v_E \sim \delta$, on aurait un relachement de la contrainte en fréquences $w/\Omega_{ci} \sim \delta$.

Les échelles turbulentes (ITG, ballooning, interchange) sont entraînées par le plasma et/ou l'îlot aux vitesses diamagnétiques et $E \times B$. On a vu que les fréquences temporelles associées à la turbulence satisfont à $w/\Omega_{ci} \sim \delta \ll 1$ (sauf ETG). Les fluctuations relatives de vitesses diamagnétiques induites par la turbulence, bien qu'elles puissent être localement relativement importantes, sont compatibles avec la hiérarchie de dérive. Elles sont, en effet, de l'ordre de $\widetilde{v_{\text{dia},s}}/v_{\text{dia},s} \sim \delta_{\text{inst}}^{-1} \tilde{n}/n$. Il en est de même pour les fluctuations électriques puisque $\tilde{v}_E/v_E \sim \tilde{E}/E$. À noter enfin, qu'en présence d'une barrière de transport dans la région bord du tokamak,

on peut avoir $c_s \gg v_\star > v_E$ du fait de la génération nonlinéaire d'un fort gradient de pression dans cette zone.

- Concernant la dérive induite par le terme résistif, quantitativement, en utilisant la résistivité de Spitzer et la relation d'équilibre $j \times B = \nabla p$, on a $v_{\perp, Rei}/v_{\text{dia}} \sim \nu_{ei}/\Omega_{ce} \approx 10^{-7}/T_e^{3/2}$ où T_e est à exprimer en keV[138] et où ν_{ei} est la fréquence dite de collisions entre les deux espèces électrons et ions. On voit donc que aux grandes échelles spatiales $v_{\perp, Rei}/v_{\text{dia}, e} \approx 10^{-8} \lesssim \delta^2$ pour le fluide d'électrons, ce qui signifie qu'on peut négliger cette vitesse de dérive. Pour le fluide d'ions, on a la même quantification du moment que T_e et T_i sont du même ordre de grandeur. Néanmoins, l'absence de résistivité impose une contrainte topologique sur la structure magnétique en gelant son évolution, sauf à considérer d'autres effets comme l'effet Hall qui est pertinent en astrophysique. Sa pertinence dans les tokamaks est l'objet de discussions dans l'équelles nous ne rentrerons pas. Les évolutions dynamiques observées expérimentalement (voir le chapitre 2) indiquent qu'il faut relaxer cette contrainte topologique et éventuellement permettre à l'instabilité de déchirement magnétique, entre autres, de se développer. En fait, même si ces effets ne deviennent importants qu'à des petites échelles spatiales, ils sont à l'origine, notamment, de l'instabilité de déchirement magnétique en permettant les modifications de la topologie des lignes de champ magnétiques [89, 7] ou encore du caractère résistif des instabilités de type interchange [104].

7.5. Îlots et turbulence : une revue des résultats expérimentaux d'intérêt

7.5.1. Turbulence et îlot dans le tokamak TEXT. D'un point de vue expérimental, il existe peu d'études qui s'intéressent au couplage entre échelles MHD et échelles turbulentes. Sur le tokamak TEXT, au début des années 90, le couplage entre une turbulence d'ondes de dérives (voir annexe 7.3) et une activité MHD a néanmoins été mis en évidence [142, 143]. Nous allons voir qu'une des observations n'a pas d'explication satisfaisante.

Les observations génériques sont les suivantes :

- la fréquence moyenne du spectre turbulent $\overline{\omega_k^{\text{exp}}}$ décroît linéairement lorsque la fréquence MHD f_{MHD} diminue, autrement dit lorsque l'îlot grossit. f_{MHD} qui varie entre 1kHz et 7kHz correspond à une fréquence de rotation d'un îlot dans la machine toroïdale. $\overline{\omega_k^{\text{exp}}}/2\pi$ varie dans ces expériences entre -200kHz et 0kHz. En fait, cela est dû au fait que les paramètres du plasma

dans l'îlot (L_n, T_e, E_r) sont modifiés par sa présence en raison des mécanismes d'aplatissement des profils de température et de densité, comme déjà vu. La relation d'équilibre radial des forces qui pour un profil d'équilibre en densité, pression et champ magnétique s'écrit

$$(7.5.1) \quad E_r = -\partial\phi/\partial r = (en_i)^{-1}\partial p_i/\partial r + v_{\phi,i}B_\theta - v_{\theta,i}B_\phi ,$$

explique la réponse du champ électrique aux phénomènes d'aplatissement. Plus spécifiquement, il est montré, d'une part, que la fréquence moyenne des fluctuations micro-turbulentes $\overline{\omega_k^{\text{exp}}}$ croît, respectivement décroît, à peu près linéairement avec E_r et L_n^{-1} , ce qui est en accord avec (7.3.1, 7.3.2). D'autre part f_{MHD} croît linéairement avec L_n^{-1} .

- Le niveau des fluctuations de densité moyen pour un nombre d'onde donné $S_k \propto \delta n^2$ peut décroître de 50% lorsque f_{MHD} diminue, *i.e.* lorsque la taille de l'îlot augmente, mais en même temps le niveau de modulation des fluctuations durant un cycle MHD (une rotation d'îlot) peut-être très important pour les îlots larges $\Delta\delta n/\delta n \sim 20\%$ alors que $\delta n/n \sim 1\%$.

- La partie du spectre des fluctuations turbulentes lié à la turbulence dans la S.O.L. (Scrape of Layer, i.e après la dernière surface magnétique fermé où se situe le limiteur dans le tokamak Text) et celle liée à l'îlot peuvent être différenciées. Le niveau du spectre des fluctuations associé à l'îlot, et donc la turbulence, diminue avec la taille de l'îlot. Cette turbulence se propage dans la direction diamagnétique électronique, en notant que cependant que, dans tous les cas, $\omega_k \ll \omega_{\overline{E} \times \overline{B}}$, ce qui signifie une propagation de la turbulence essentiellement à la vitesse $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ et donc de l'îlot aussi. Plus l'îlot est grand, plus le spectre est fortement modifié par les paramètres du plasma dans l'îlot.

- L'aplatissement de l'îlot en densité est bien observé, d'autant plus que ce dernier est grand. w est de l'ordre de plusieurs centimètres et dépasse 10 cm côté fort champ à $f_{\text{MHD}} = 1\text{kHz}$.

Cette étude établie clairement une interaction forte entre la turbulence et l'activité MHD. Néanmoins, on observe clairement un aplatissement seulement partiel, plus précisément lorsque $f_{\text{MHD}} > 3\text{kHz}$. Cet aplatissement partiel n'est pas attribué au fait que $w \leq w_c$ probablement car la taille critique attendue pour un aplatissement en densité est inférieure ou de l'ordre du centimètre [58]. Il est mis en avant des limites de résolutions spatiales pour mesurer la densité moyennée sur les largeurs radiales de l'ordre de 1.5 cm. Cela est assez surprenant car en dépit

du nombre limité de points de mesures, on observerait alors des situations où la pente de l'îlot s'inverse, ce qui n'est pas le cas. Une autre hypothèse évoquée, sans autre explication, est celle d'une diffusion anormale extrêmement large (lié au fait que $w_c \sim (D_{\perp}^{\text{anormal}}/D_{\parallel})^{1/4}$) au niveau du point X qui empêche que la densité soit une fonction du flux et donc l'aplatissement [58, 143]. On peut aussi se demander si la turbulence au sein de l'îlot et dans son voisinage, pas forcément d'ailleurs au niveau du point X, est à l'origine d'un mécanisme forçant le caractère partiel de l'aplatissement de l'îlot ? L'étude numérique que nous présenterons dans un prochain chapitre montrera en fait qu'on peut s'attendre à ce que des aplatissements partiels ne soient pas liés à un défaut de mesure expérimentale mais au fait que l'îlot ait une origine partiellement turbulente.

7.5.2. Profils de densité et de température dans un îlot dans le tokamak TEXTOR. Il existe d'autres situations où l'absence d'aplatissement complet de la densité et de la température reste mal comprise. En particulier, dans TEXTOR, il existe des situations où l'îlot est large et où on observe des profils de densité et de température électronique piqués à l'intérieur de l'îlot [31, 32]. Ces observations se produisent lors de décharges où on impose une croissance rapide de la rampe de courant au début de la décharge. Cela permet d'avoir une activité MHD sans dent de scie et de limiter les disruptions induites par une densité du plasma relativement élevée. On observe alors un aplatissement seulement partiel du profil moyen de température électronique au niveau de l'îlot $q = 2$; et cela alors que l'aplatissement devrait être relativement net puisque la largeur de l'îlot peut atteindre $w \sim 14$ cm et dépasser confortablement la taille critique $w_c \sim 2.5$ cm, : le gradient du profil de température moyen (moyenné sur des temps bien supérieur à la période de rotation de l'îlot) est de l'ordre de 0.8 keVm^{-1} au niveau de l'îlot, alors que celui induit globalement par le chauffage ohmique est d'environ 2 keVm^{-1} .

D'autre part, il est aussi observé un maximum de température secondaire au niveau du point O, ce qui indique la présence éventuelle d'une source de chauffage au sein de l'îlot, ce que la prédiction théorique de la taille critique [38] n'inclut pas. Des résultats similaires sont observés pour la densité [32]. La persistance de ces pics secondaires semble indiquer que le confinement est amélioré au sein de l'îlot, comparativement au reste du plasma, et par conséquent que le

coefficient de transport perpendiculaire aux lignes de champ χ_{\perp} à ces échelles est réduit. Cela ne va pas dans le sens d'augmenter la valeur de w_c (pour ne pas avoir aplatissement il faut en théorie $w < w_c$) qui diminue si χ_{\perp} baisse, et d'expliquer simplement l'aplatissement partiel.

On peut envisager, à priori, que cette source soit liée à la nature de la micro-turbulence et des instabilités sous-jacentes qui jouent le rôle de source d'énergie. L'origine de la source et ces échelles spatio-temporelles n'est pas précisée dans [31, 32]. Dans les théories de longueur de mélange et/ou quasi-linéaires (nous y reviendrons) l'impact aux grandes échelles d'une turbulence se manifeste à travers une amplification des coefficients de transport qui sont dits turbulents. Il faudrait cependant expliquer d'une part, pourquoi dans l'îlot ce coefficient serait fortement anormal comparativement à l'extérieur de l'îlot, et d'autre part il faudrait que la source transfère suffisamment d'énergie thermique aux grandes échelles pour maintenir le pic secondaire par un mécanisme du type différent que ceux sous-jacent à l'hypothèse de longueur de mélange, qui lui accélérerait l'évacuation de l'énergie thermique dans l'îlot à travers l'augmentation de χ_{\perp} .

7.5.3. Corrélations entre MHD et fluctuations électrostatiques dans la région bord du tokamak HT-7. HT-7 est une machine de taille moyenne (petit rayon de 28 cm et grand rayon de 128 cm) et relativement peu chaude, ce qui permet de mettre des sondes de Langmuir pour mesurer les fluctuations électrostatiques mais aussi d'imposer une tension de polarisation au bord. Il est observé alors clairement une corrélation entre les activités électrostatique et MHD dans la région bord. Les fluctuations de densité et de champ électrique se situent par ailleurs à faibles fréquences avec un pic à 25 kHz. L'analyse des fluctuations magnétiques à partir de la mesure des oscillations de Mirnov sont à cette même fréquence et correspondent à un mode MHD $m = 6$. n n'est pas directement accessible, mais le bord contenant $q = 3$, on a probablement $n = 2$. La présence d'un certain nombre d'autres modes d'amplitudes un peu plus faible dans la gamme 10-100 kHz est aussi montré.

Ils qualifient cette activité MHD de mode de déchirement interne, sans néanmoins expliquer son origine ni le caractériser davantage : s'agit-il éventuellement un îlot ? d'un assemblage d'îlots ? Avons-nous des îlots qui s'enchevêtrent les uns par rapport aux autres, ce qui pourrait générer une certaine stochasticité des lignes de champs et augmenter le transport radial ? Dans la mesure où les mesures ne permettent l'accès qu'à une partie du spectre en fréquence et par

conséquent que l'activité des modes à grand m n'est pas connue, on peut se demander si la turbulence haute fréquence sous-jacente (non mesurée) joue un rôle dans la génération de ces modes aux fréquences MHD à travers en particulier des couplages de modes ?

7.6. Couplage de modes

La turbulence résulte d'un mécanisme de couplage de mode, par construction. Les grandes échelles MHD sont-elles aussi fortement influencées par ces mécanismes ? Montrer que c'est le cas, naturellement, permet de souligner qu'il n'y a pas de raison que les couplages de modes ne jouent un rôle aux échelles intermédiaires, en dehors donc du spectre des mesures expérimentales. Bien évidemment cela ne démontre pas *in extenso* que toutes les échelles sont fortement couplées. Par contre cela peut donner quelques enseignements sur les conditions pour lesquelles les couplages sont efficaces. Il est important de souligner qu'un couplage non-linéaire de 3 modes avec des hélicités différentes - et donc attachés à différentes surfaces résonantes - peut se produire sans pour autant qu'il y ait en jeu une quelconque turbulence. En fait, théoriquement [27], ce couplage sera d'autant plus efficace qu'il implique des modes à faible m pour n fixé et large n pour m fixé ($m \geq n$ dans un tokamak), et bien-sûr que les résonances des modes sont proches les unes des autres. Le couplage sera par exemple fort efficace si le mode $(m, n) = (1, 1)$ en fait partie et que deux autres modes proches ont des valeurs de m et n élevées. Le niveau de couplage dépend aussi de la proximité des fréquences de rotations des différents modes et de la distance entre les surfaces résonantes où ils grandissent ; et en général plus les nombres (m, n) sont bas, moins les modes sont proches. L'efficacité du couplage dépendra donc du profil de q qui détermine la proximité des surfaces résonantes de faible rationalité.

7.6.1. Couplage non-linéaire de modes à l'origine de NTM dans le tokamak JET, sans lien avec la turbulence. Il existe des situations où les conditions sont optimales pour qu'un tel couplage soit à l'origine de la génération d'un NTM [96]. Plus précisément, il a été observé dans JET la déstabilisation d'un NTM (3,2) dans JET par couplage avec les modes (4,3) et (1,1). Il s'agissait d'une décharge en mode H, combinant chauffage ICRH et NBI pour contrôler la période des dents de scie et essayer de les espacer. Le mode (1,1) avait été généré par un précurseur de dent de scie. Le mode (3,2) était présent mais au niveau d'un bruit de fond. Le mode (4,3) était aussi préexistant mais sa fréquence de rotation s'est progressivement

ajustée jusqu'à ce que la condition de résonance en fréquence des modes $f_{(1,1)} + f_{(3,2)} = f_{(4,3)}$ se produise brièvement (30 ms), mais suffisamment, pour entraîner la génération d'une graine d'îlot (3,2) par couplage non linéaire.

7.6.2. Couplage entre îlot magnétique et instabilité d'interchange résistif en présence d'une barrière interne dans le tokamak JT60U, *sans lien avec la turbulence.*

La région bord n'est pas nécessairement la seule région où des forts gradients de pression sont présents et donc une turbulence de type interchange peut se développer. Les décharges avec un profil de q inversé (i.e. $q(r)$ présente un minimum avec $q_{\min} > 1$) peuvent présenter aussi des zones avec un gradient de pression très important, appelées barrière de transport, situées dans la zone du cœur où $q' < 0$, typiquement à mi-rayon. La barrière se déplace au cours de la décharge avec le mouvement de q_{\min} [127]. Dans la zone du gradient des décharges étudiées dans [127], dans la limite de la résolution expérimentale des profils de température (2 cm) aucun îlot n'a pu être détecté. Une analyse de stabilité des profils a montré l'absence d'instabilité idéale (kink pour les faibles n et ballooning pour les valeurs larges de n) et le caractère instable des modes d'interchange résistif. Ils correspondent à une activité MHD intermittente entre 10 et 80 KHz. Les modes (m, n) successivement dominant, au fur à mesure de la translation vers le bord de q_{\min} sont (3,1), (5,2) et (7,3). Considérons la première séquence où le mode (3,1) est impliqué. Le profil de q étant inversé, il y a deux surfaces résonantes $q = 3$ pour ce mode. La croissance du mode interne provoque un déconfinement partiel mais très rapide au niveau de la surface *intérieure* $q = 3$ où se situe la barrière. Le taux de croissance pour le mode d'interchange résistif (3,1) est de l'ordre de $\gamma \approx 0.5 \text{ ms}^{-1} \approx 10^3 \tau_A^{-1}$ où τ_A est le temps d'Alfvén. En même temps, une augmentation de la température au niveau de la surface *extérieure* $q = 3$ est observée. Un îlot, lié à une instabilité de déchirement magnétique, préexiste à chaque fois au procédé de déconfinement sur la surface extérieure. Le déconfinement advient lorsque un couplage en fréquence de rotation entre le mode interchange et l'îlot se produit. Il se traduit par une destruction de la barrière de transport interne. Ce processus se produit sur les autres modes avec la translation de la barrière. Ces couplages montrent que des modes sur des surfaces à faible rationalité peuvent interagir à distance. Il ne semble pas que la turbulence joue un rôle primordial dans ce mécanisme.

7.6.3. Couplage mutuel de NTMs dans le tokamak TCV et JET. Il existe très peu d'études précises relatives au couplage de modes dans un tokamak, une des exceptions étant la référence [111] qui s'appuie sur la technique d'analyse bi-spectrale³ du signal de fluctuations magnétiques mesuré sur les sondes de réponse magnétiques par induction à l'extérieur de la chambre, appelées bobines de Mirnov⁴. Pour une décharge à période de dent de scie longue sur le tokamak TCV, il est observé, juste après la dent de scie des couplages non-harmoniques entre des NTMs (3,2), (4,3) et (7,5) [111]. Le couplage n'était pas clairement identifiable à partir d'un simple spectrogramme issu du signal des aimants de Mirnov, par construction, mais il est devenu clair en mesurant la bicohérence des trois modes où $b \approx 0.7$. Par comparaison, pour un couplage harmonique tel que (3,2) avec lui-même, on a $b \approx 0.8$. Dans cette expérience, seul le (3,2) survit, les deux autres étant stables. Il est aussi observé un couplage (9,6), (6,4) et (15,10) à 50 kHz avec $b \approx 0.4$, les couplages à des fréquences supérieures, et donc (m, n)

3. Analyse bispectrale : La technique d'analyse bispectrale permet de mettre en évidence les couplages de modes. Il ne suffit pas en effet que les règles de sélection entre trois modes $\mathbf{k}_3 = \mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2$ et $f_3 = f_1 + f_2$ soient satisfaites. En effet, si par exemple les fonctions propres $X_i(r) = \tilde{\mathbf{X}}(f_i, r, \mathbf{k}_i)$ du signal $\mathbf{x}(t, r, \theta, \phi)$ ne se recouvrent pas l'interaction résultante sera nulle. $\tilde{\mathbf{X}}$ est la transformée de Fourier de \mathbf{x} dans les directions (t, θ, ϕ) et, dans un tokamak \mathbf{k} est associé aux nombres d'ondes (m, n) . La méthode bi-spectrale, d'un point de vue expérimental, est limitée par le fait que la mesure s'effectue sur un signal scalaire et seulement en un ou quelques points spatialement isolés. Le signal est de la forme $x(t, \mathbf{M})$ où \mathbf{M} est un point fixé et sa transformée de Fourier sera notée avec un léger abus de notation $X(f_i)$. Le bi-spectre est alors définie par $B(f_1, f_2) = E(X(f_1)X(f_2)X^*(f_1 + f_2))$ où $E(A)$ est l'espérance ou valeur moyenne du signal fluctuant A . Bien-sûr si un des 3 modes est absent ou négligeable B sera nulle. Si les phases des signaux sont aléatoires ou mutuellement incohérentes, la moyenne statistique donnera aussi une valeur proche de zéro à B . Il est utile d'introduire une quantité normalisée qui tend vers 1 si la cohérence de phase est haute et zéro dans le cas contraire. C'est le rôle de la bi-cohérence définie par

$$(7.6.1) \quad b(f_1, f_2) = \frac{|B(f_1, f_2)|^2}{E(|X(f_1)X(f_2)|^2)E(|X(f_1 + f_2)|^2)},$$

et qui vérifie $0 \leq b \leq 1$. Dans [111], une variante de cette définition de bi-cohérence semble être utilisée. Il n'est pas clair que la normalisation soit correcte, mais physiquement, l'information mesurée est similaire. Un couplage est dit harmonique lorsque $f_2 = f_1$. Le couplage est naturellement efficace puisque par construction les fonctions propres sont les mêmes et le recouvrement parfait. En particulier on peut éventuellement avoir la cascade $f_1 \rightarrow 2f_1 \rightarrow 4f_1$ etc. Dans les tokamaks, l'étude du couplage de modes par analyse de la bi-cohérence est peu fréquente. Elle s'effectue en général soit en recueillant le signal sur des aimants de Mirnov, soit à partir de mesures d'émission ECE (Electron cyclotron emission), les deux permettant d'accéder à des couplages de modes ayant des fréquences typiques entre 5 et 50 kHz, typiquement donc des instabilités MHD tels que des îlots ou celles engendrées par des particules énergétiques, les fishbones ...

4. Détection des fluctuations avec des bobines de Mirnov : Plusieurs aimants dits de Mirnov sont généralement distribués polôïdalement et toroïdalement autour du tore. On peut ainsi relier les fréquences caractéristiques d'un signal et/ou de la structure associée, tels que les fluctuations magnétiques d'un îlot en rotation, avec les nombres d'ondes de la structure étudiée, en particulier le fondamental (m, n) et les premiers harmoniques [110]. Les valeurs supérieures des (m, n) accessibles sont limitées par des contraintes géométriques et le nombre d'aimants. Il faut aussi optimiser le rapport signal/bruit et l'échantillonnage au niveau des sondes. Par exemple, si on veut simplement détecter des îlots, comme leur fréquence de rotation ne dépasse pas typiquement 20 kHz, l'échantillonnage devra dépasser 40 kHz.

plus élevés n'étant pas accessibles expérimentalement. Dans [111], il est aussi donné l'exemple d'une décharge similaire dans JET et le même couplage de NTMs (3,2), (4,3) et (7,5) mais aussi un couplage intermittent et plus faible de (3,2), (4,3) avec (1,1). Il est aussi observé que finalement c'est le mode de plus faible rationalité (3,2) et son premier harmonique qui subsiste lorsqu'une nouvelle dent de scie se produit. Avant celle-ci, il faiblit lentement car il nourrit énergétiquement les autres par couplage. La dent de scie supprime le couplage. Nous retrouverons dans l'expérience numérique la tendance du fondamental à redistribuer son énergie sur les autres modes par couplage direct (voir aussi l'expérience suivante).

7.6.4. Couplage de modes entre MHD et turbulence dans le tokamak TCABR.

Dans le tokamak brésilien TCABR, en plaçant une électrode polarisée au niveau de la région bord ($r \lesssim a$), de façon similaire à l'étude sur HT-7 plus haut, il apparaît que la turbulence au niveau de la "scrape of layer" ($r > a$) et du bord, est naturellement modulée par la réponse des bobines de Mirnov. Le spectre MHD ($2 \leq m \leq 4$) mesuré à partir des fluctuations (des aimants) de Mirnov correspond à des fréquences de rotations centrées en f_1 ($= 15$ kHz) se superpose partiellement avec le spectre des fluctuations de densité qui est significatif sur la plage allant de quelques kHz jusqu'à plus de 100 kHz et est maximal à $2f_1 = 30$ kHz environ. Cela a une incidence importante sur le transport de particules $\Gamma = \langle \tilde{n}_e \tilde{v}_r \rangle$ qui est deux fois plus important au niveau de la fréquence fondamentale f_1 que là où elle a deux autres maxima $2f_1$ et $8f_1$ ($= 120$ kHz)[63]. En fait, il est montré à travers un diagnostic de bi-cohérence que b_ϕ (le signal est $X = \phi$) et b_B présentent tous les deux des pics pour le couplage harmonique $f_2 = f_1$ et que ce couplage est maximal à $r = 17$ cm ($a = 18$ cm), i.e dans la région bord du tokamak[49]. Enfin, il est mis en évidence un couplage seulement électrostatique $f_2 = pf_1$ où $1 \leq p \leq 20$ avec $b_\phi(f_1, pf_2)$ relativement indépendant de p [83]. Cela incite à imaginer qu'il se produit une redistribution spectralement homogène de l'énergie des grandes échelles sur l'ensemble des échelles turbulentes via la chaîne $f_1 + pf_1 \rightarrow (p+1)f_1$, i.e. un couplage direct petites/grandes échelles sans mécanisme de cascade. Nous retrouverons cette chaîne dans nos simulations numériques au chapitre 4

7.7. Description du code

Une description du code utilisé pour effectuer les simulations présentées dans cet ouvrage se trouve dans [la thèse de doctorat d’Alexandre Poyé](#).

Bibliographie

- [1] Sujet de thèse SL-DSM-11-0127, IRFM (code Jorek)
- [2] A. Alexakis, P. D. Mininni and A. Pouquet, *Phys. Rev. E* **72** 046301 (2005)
- [3] C. Angioni *et al.*, *Plasma Phys. Controlled Fusion* **44**, 205 (2002)
- [4] N. Arcis, D. F. Escande and M. Ottaviani, *Physics of Plasma* **13**, 052305 (2006)
- [5] J. Barthes, *Bulletin de l'union des professeurs de Physique et de Chimie* **102**, 349 (2008)
- [6] P. Beyer, *Mémoire d'Habilitation à diriger les recherches*, Université d'Aix-Marseille I (2004)
- [7] D. Biskamp, "Nonlinear Magnetohydrodynamics", Cambridge University Press (1993)
- [8] D. Biskamp, E. Schwarz, et A. Zeiler. *Physics of Plasma* 5, 7 (1998)
- [9] D. Biskamp, "Magnetic Reconnection in Plasmas", Cambridge University Press (2000)
- [10] Braginskii, *Review of Plasma Physics* **1**, 205 (1965)
- [11] S. Brunner, Cours de 3ième cycle, CRPP Lausanne <https://crppwww.epfl.ch/~brunner/inhomoplasma.pdf>
- [12] R.V. Budny *et al.*, *Plasma Phys. Control fusion* **44**, (2002).
- [13] P. Buratti, P. Smeulders, F. Zonca, S.V. Annibaldi, M. De Benedetti, H. Kroegler, G. Regnoli, O. Tudisco and the FTU-team, *Nuclear Fusion* **45**, 1446 (2005)
- [14] R.J. Buttery *et al.*, 31st EPS Conference on Plasma Phys. ECA Vol 28G, P-1.185 (2004)
- [15] R.J. Buttery *et al.*, 20th IAEA conference, EFDA-JET-CP(04)07-06 (2004), Cross-Machine NTM Physics Studies and Implications for ITER, FusionEnergy 2004 (Proc. 20th Int. Conf. Villamoura, 2003), paper EX/7-1.
- [16] R.J. Buttery *et al.*, *Nuclear Fusion* **44**, 678 (2004)
- [17] R.J. Buttery, <http://meetings.aps.org/link/BAPS.2007.DPP.UI1.3> (2007)
- [18] S. Brunner, thèse de doctorat n°1701 EPFL Lausanne (1997)
- [19] R. Carrera, R. Hazeltine, and M. Kotschenreuther, *Phys. Fluids* **29**, 899 (1986).
- [20] A. Casati *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **102**, 165005 (2009)
- [21] R. M. Castro, M. V. A. P. Heller, I. L. Caldas, R. P. Da Silva and Z. A. Brasilio, *Il Nuovo Cimento* **15**, 983 (1993)
- [22] Z. Chang and J.D. callen, *Nuclear Fusion* **30**, 219 (1990)

- [23] Z. Chang *et al.*, *Nucl. Fusion* **34**, 1309 (1994)
- [24] Z. Chang *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 4663 (1995)
- [25] I. G. J. Classen and al, *Phys. Rev. Lett.* **98**, 035001 (2007)
- [26] I. Classen, *PhD thesis*, “*Imaging and Control of Magnetic Islands in tokamaks*” (2007)
- [27] R. M. Coelho, E. Lazzaro, M. F. Nave et F. Serra, *Phys. Plasmas* **6**, 1194 (1999)
- [28] L. Colas, X.L. Zou, M. Paume, J.M. Chareau, L. Guiziou, G.T. Hoang, Y. MichelotI, D. Gresillon, *Nuclear Fusion* **38**, 903 (1998)
- [29] P. H. Diamond *et al*, Proc. 17th Int. Conf. on Plasma Physics and Controlled Fusion Research (Yokohama, Japan 1998) (Vienna : IAEA) IAEA-CN-69/TH3/1 (1999)
- [30] J-L Delcroix et Abraham Bers, CNRS Éditions (1994)
- [31] P. C. De Vries, G. Waidmann, A. Krämer-Flecken, A. J. H. Donné and F. C. Schüller, *Plasma Phys. Control. Fusion* **39**, 439 (1997)
- [32] P. C. De Vries, A. J. H. Donné, S. H. Heijnen, C. A. J. Hugenholtz, A. Krämer-Flecken, F. C. Schüller, G. Waidmann, *Nuclear Fusion* **37**, 1641 (1997)
- [33] A. Dieter, PhD dissertation “Fluid Description of a magnetized toroidal plasma”, Univ. of Texas at Austin (2007)
- [34] B.J. Ding *et al*, *Plasm. Phys. Control. Fusion*, **46**, 1467 (2004)
- [35] D. F. Escande and M. Ottaviani, *Phys. Lett A* **323**, 278 (2004)
- [36] H.T. Evensen, R.J. Fonck, S.F. Paul, G. Rewoldt, S.D. Scott, W.M. Tang, M.C. Zarnstorff, *Nuclear Fusion* **38**, 237 (1998)
- [37] S. Fietz, M. Maraschek, H. Zohm, L. Barrera, R. M. McDermott, M. Reich and the ASDEX Upgrade Team, *Proceeding of the 41st EPS conference on plasma physics, Berlin*, P2.003 (2014)
- [38] R. Fitzpatrick, *Phys. Plasmas* **2**, 830 (1995)
- [39] J. Freidberg, *Plasma Physics and Fusion Energy*, Cambridge University Press (2007)
- [40] A. Furuya, S-I. Itoh and M. Yagi, *Contrib. Plasma Phys.* **40** 375 (2000)
- [41] A. Furuya, S. Itoh, and M. Yagi, *J. Phys. Soc. Jpn.* **70**, 407 (2001).
- [42] H.P. Furth, J Killeen, M.N. Rosenbluth, *Phys. Fluids* **6**, 459 (1963)
- [43] H.P. Furth, J Killeen, M.N. Rosenbluth, *Phys. Fluids* **24**, 1303 (1981)
- [44] X. Garbet, C. Bourdelle, G. T. Hoang, P. Maget, S. Benkadda, P. Beyer, C. Figarella, I. Voitsekovitch, O. Agullo, and N. Bian, *Phys. Plasmas* **8**, 2793 (2001), DOI : 10.1063/1.1367320
- [45] X. Garbet *et al* , *Plasma Phys. Contr. Fus.* **56** (2004)

- [46] X. Garbet, P. Mantica, C. Angioni, E. Asp, Y. Baranov, C. Bourdelle, R. Budny, F. Crisanti, G. Cordey, L. Garzotti *et al*, “Physics of transport in tokamaks”, *Plasma Phys. Control Fus.* **46**, B557 (2004), DOI :10.1088/0741-3335/46/12B/045
- [47] X. Garbet, P. Mantica, F. Ryter, G. Cordey, F. Imbeaux, C. Sozzi, A. Manini, E. Asp, V. Parail, R. Wolf and the JET EFDA Contributors, *Plasma Phys. Control Fus.* **46**, 1351 (2004)
- [48] K. J. Gibson *et al*, *Plasmas Phys. Control. Fusion* **52** 124041 (2010)
- [49] Z. O. Guimara~es-Filho, G. Z. dos Santos Lima, I. L. Caldas, R. L. Viana, I. C. Nascimento, and Yu. K. Kuznetsov, *J. of Phys.* **246**, 012014 (2010)
- [50] S. Günter *et al*, *Plasma Phys. Control. Fusion* **41**, 767 (1999)
- [51] S. Gunter *et al*, *Nucl. Fusion* **40** 1541 (2000)
- [52] Gunter *et al*, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 275001 (2001)
- [53] S. Hamaguchi et W. Horton, *Plasma Phys. Control. Fusion* **34**, 203 (1991)
- [54] G. W. Hammet et F. W. Perkins, *Phys. Rev. Lett.* **64**, 3019 (1990)
- [55] A. Arakawa, *Journal of Comp. Phys.* **135**, 103–114 (1997)
- [56] E. G. Harris, *Nuovo Cimento* **23**, 115 (1962)
- [57] Z. S. Hartwig and Y. A. Podpaly, *Magnetic Fusion Energy Formulary*, Cambridge Massachusetts (2011)
- [58] A. B. Hassam, B. D. Scott, J. F. Drake and D. A. Boyd, *Comments Plasma Phys. Controlled Fusion* **9**, 207 (1985)
- [59] R.J. Hastie, J.J. Ramos, F. Porcelli, *Phys. Plasmas* **10** 4405 (2003)
- [60] N. Hayashi, T. Ozeki, K. Hamamatsu and T. Takizuka, *Nucl. Fusion* **44**, 477 (2004)
- [61] R. D. Hazeltine, M. Kotschenreuther and P. J. Morrison, *Phys. Fluids* **28**, 2466 (1985)
- [62] R. D. Hazeltine and J. D. Meiss, “Plasma Confinement”, Dover Publications (2003)
- [63] M.V.A.P. Heller, I.L. Caldas, A.A. Ferreira, E.A.O. Saettone, A. Vannucci, I.C. Nascimento, J.H.F. Severo, *Czechoslovak Journal of Physics* **55**, 265 (2005)
- [64] F. L. Hinton and C.W. Horton, *Phys. of Fluids* **14**, 116 (1971)
- [65] M. Hölzl, S. Günter and Asdex Upgrade Team, *Phys. of Plasmas* **15**, 072514 (2008)
- [66] W. A. Hornsby *et al*, *Plasma Phys. Control. Fusion* **53** 054008 (2011)
- [67] W. A. Hornsby, P. Migliano, R. Buchholz1, D. Zarzoso, F. J. Casson, E. Poli and A. G. Peeters *Plasma Phys. Control. Fusion* **57**, 054018 (2015)
- [68] N. T. Howard, C. Holland, A. E. White, M. Greenwald and J. Candy, *Phys. Plasmas* **21**, 122510 (2014)

- [69] F. Imbeaux, F. Ryter and X. Garbet, *Plasma Phys. Control. Fusion* **43**, 1503 (2001)
- [70] A. Isayama et al, *J. Plasma Fusion Res.*, **8**, 1402013 (2013)
- [71] A. Ishizawa and N. Nakajima, *Phys. Plasmas* **17** 072308 (2010)
- [72] A. Ishizawa and F. L. Waelbroeck, *Phys. Plasmas* **20** 122301 (2013)
- [73] ITER Physics Basis, *Nucl. Fusion* **47**, S1-S9 (2007)
- [74] K. Itoh, S.-I. Itoh, A. Fukuyama, M. Yagi, and M. Azumi, NIFS Report No. 234 (1993)
- [75]) S-I. Itoh, K. Itoh and M. Yagi, *Phys. Rev. Lett.* **91** 045003 (2003)
- [76] Itoh K., ItohS.-I., Diamond P.H. and HahmT.S. , *Phys. Plasmas* **1** 055502 (2006)
- [77] B. B. Kadomtsev, *Fiz. Plazmy* **1**, 710 (1975)
- [78] K. Takeda, O. Agullo, S. Benkadda, A. Sen, N. Bian et X. Garbet, *Phys. Plasmas* **15**, 022502 (2008)
- [79] R.J. La Haye et O. Sauter, *Nucl. Fusion*, **38**, 7 (1998)
- [80] R.J. La Haye, R. Prater, R.J. Buttery, N. Hayashi, A. Isayama, M.E. Maraschek, L. Urso and H. Zohm, *Nucl. Fusion* **46**, 451 (2006)
- [81] R.J. Lahaye, A. Isayama and M. Maraschek, *Nuclear Fusion* **49**, 045005 (2009)
- [82] J. Li, Y. Kishimoto and Z. X. Wang, *Phys. Plasmas* **21** 020703 (2014)
- [83] DG. Z. Dos Santos Lima *et al*, *Phys. Plasmas* **16**, 042508 (2009)
- [84] Z. Lin *et al*, *Science* **281**, 1835 (1998)
- [85] N. F. Loureiro *et al*, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 235003 (2005)
- [86] P. Maget *et al*, *Nucl. Fusion* **50**, 045004 (2010)
- [87] P. Maget *et al*, *EXS/P5-09 (xxxx) Original conference references to be checked*
- [88] P. Maget, HDR “Études de MHD sur le tokamak Tore-Supra”, 2009
- [89] Magali Muraglia, Thèse “Modélisation et simulation de l’inter-action multi-échelle entre îlot magnétiques et la microturbulence dans les plasmas de fusion magnétisés”, Université de Provence, 2009
- [90] M. Muraglia *et al*, *Nucl. Fusion* **49** 055016 (2009)
- [91] M. Muraglia *et al*, *Phys. Rev. Lett.* **103** 145001 (2009)
- [92] M. Muraglia *et al*, *Phys. Rev. Lett.* **107** 095003 (2011)
- [93] M. Muraglia *et al*, Oral à l’APS conference of plasma physics, New Orleans, Septembre 2014
- [94] F. Militello and F. Porcelli, *Phys. Plasmas* **11**, L13 (2004)
- [95] F. Militello, M. Romanelli, R.J. Hastie and N.F. Loureiro, *Phys. Plasmas* **16**, 032101 (2009)

- [96] M. F. F. Nave, E. Lazazaro, R. Coelho, P. Belo, D. Borda, R. J. Buttery, S. Nowak, F. Serra and EFDA-JET Contributors, *Nucl. Fusion* **43**, 179 (2003)
- [97] Nishimura S. *et al*, *Phys. Plasmas* **15** 092506 (2008)
- [98] L. Ofman, P.J. Morrison and R.S. Steinolfson, *Astrophys. J.* **417**, 748 (1993)
- [99] R. S. Ong and M. Y. Yu, *Plasma Physics* **15**, 659 (1972)
- [100] M. Ottaviani, F. Porcelli et D. Grasso, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 075001 (2004)
- [101] M. Ottaviani, *Mémoire d'Habilitation à diriger les recherches*, Université d'Aix-Marseille I (2007)
- [102] V. P. Pavlenko et J. Weiland *Phys. Rev. Lett.* **44** 148 (1980)
- [103] A. G. Peeters, *Plasma Phys. Control. Fusion* **42**, B231 (2000)
- [104] Alexandre Poyé, Thèse “Dynamique des îlots magnétiques en présence de feuilles de courant et en milieu turbulent”, Aix-Marseille Université, 2012
- [105] F. Porcelli, *Phys. Fluids* **6**, 1734 (1987)
- [106] A. Poyé, O. Agullo, A. I. Smolyakov, S. Benkadda and X. Garbet, *Phys. Plasm.*, 20, 020702 (2013)
- [107] A. Poyé, O. Agullo, A. I. Smolyakov, S. Benkadda and X. Garbet, *Phys. Plasm.*, 21, 020705 (2014)
- [108] A. I. Smolyakov, A. Poyé, O. Agullo, S. Benkadda and X. Garbet, *Plasm. Phys. Control. Fusion* **56**, 125004 (2014)
- [109] A. Poyé, O. Agullo, M. Muraglia, X. Garbet, S. Benkadda and A. Sen, *Phys. Plasm.*, 21, 020705 (2014)
- [110] D. Raju, R. Jha, P. K. Kaw, S. K. Mattoo, Y. C. Saxena and ADITYA Team, *PRAMANA Journal of Physics* **55**, 727 (2000)
- [111] D. Raju, O. Sauter et J. B. Lister, *Plasm. Phys. Control. Fusion* **45**, 369 (2003)
- [112] J.M. Rax, *Physique des Plasmas*, Dunod (2005)
- [113] M. Reichet *et al*, 38th EPS Conference on Plasma Phys., P-5.102 (2011)
- [114] Reimerdes H. *et al*, *Phys. Rev. Lett.* **88** 105005-1 (2002)
- [115] M. N. Rosenbluth, R. D. Hazeltine and F. L. Hilton *Phys. Fluids* **15**, 116 (1972)
- [116] Sauter *et al*, *Phys. Plasm.*, 4, 1654 (1997)
- [117] Sauter *et al*, *Phys. Rev Lett.*, 88, 105001 (2002)
- [118] O. Sauter, M A Henderson, G Ramponi, H Zohm and C Zucca, *Plasma Phys. Controlled Fusion* **52**, 025002 (2010)
- [119] O Sauter, R J Buttery, R Felton, T C Hender, D F Howell and contributors to the EFDA-JET Workprogramme, *Plasma Phys. Controlled Fusion* **44**, 1999 (2002)

- [120] Sauter *et al*, *Plasm. Plasma Phys. Control. Fusion* **52**, 025002 (2010)
- [121] A. I. Smolyakov, A. Poyé, O. Agullo, S. Benkadda and X. Garbet, *Phys. Plasmas* **20**, 062506 (2013)
- [122] A. I. Smolyakov, A. Poyé, O. Agullo, S. Benkadda and X. Garbet, *Plasm. Phys. Control. Fusion* **56**, 125004 (2014)
- [123] J. A. Snape *et al*, *Plasma Phys. Controlled Fusion* **54**, 085001 (2012)
- [124] A. K. Sundaram and A. Sen, *Phys. Rev. Lett.* **44**, 322 (1980)
- [125]) A. Sen and A. K. Sundaram, *Phys. Rev. Lett.* **44**, 322 (1980)
- [126] H. Takahashi, E. D. Fredrickson, and M. J. Schaffer, *Phys. Rev. Lett.* **100**, 205001 (2008)
- [127] S. Takeji *et al*, *Nucl. Fusion* **42**, 5 (2002)
- [128] M. Z. Tokar and A. Gupta, *Phys. Rev. Lett.* **99**, 225001 (2007)
- [129] L. Vermare *et al*, *Plasm. Phys. Control. Fusion*, **47**, 1895 (2005)
- [130] N. Vianello, V. Naulin, R. Schrittwieser, H. W. Muller, M. Zuin, C. Ionita, J. J. Rasmussen, F. Mehlmann, V. Rohde, R. Cavazzana, M. Maraschek, and ASDEX Upgrade Team *Phys. Rev. Lett.* **106**, 125002 (2011)
- [131] Thibaut Voslion, Thèse “Instabilité de déchirement multiple et cisaillement fluide dans un plasma chaud magnétisé”, Université de Provence, 2010
- [132] T. Voslion *et al*, *Phys. Plasmas* **18** 062302 (2011)
- [133] P. H. Rutherford, *Phys. Fluids* **16**, 1903 (1973)
- [134] F.L. Waelbroeck, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 3259 (1993)
- [135] F. Waelbroeck *et al* , *Plasma Phys. Contr. Fus.* **51** 015015 (2009)
- [136] R. E. Waltz *et al*, *Phys. Plasmas* **1** 2229 (1994)
- [137] J. Wesson, *Plasma Phys. Controlled Fusion* **37**, A337 (1995)
- [138] J. Wesson, *tokamaks*, Oxford Science Publications (1997)
- [139] E. Westerhof, *Nucl. Fusion* **30**, 1143 (1990)
- [140] H. R. Wilson *et al*, *Phys. of Plasmas* **3**, 248 (1996)
- [141] M. Yagi *et al*, *J. Plasma Fusion Res.* **2** 025 (2007)
- [142] X. Z. Yang *et al*, *Phys. of Fluids B* **3**, 3448 (1991) <http://dx.doi.org/10.1063/1.859774>
- [143] C. Yu and al, *Nuclear Fusion* **32**, 1545 (1992)
- [144] L. Zakharov, B. Rogers and S. Migliuolo, *Phys. Fluids B* **5**, 2488 (1993)
- [145] Zohm H. *et al* *Nucl. Fusion* **39** 577 (1999)